

Estadística Aplicada

Práctica 6 – Mínimos Cuadrados para observaciones indirectas

- 1- Dada la siguiente tabla de datos y considerando que t se determinó con error despreciable y que las medidas de y son no correlacionadas y tienen un error de ± 0.5 :

t	1	2	3	4
y	1.3	1.4	3.7	4.1

- a) Mediante el método de Mínimos Cuadrados (MC) obtenga los parámetros de una recta que ajusten los datos de la tabla.
 - b) Obtenga la matriz de varianza-covarianza de las incógnitas y represente gráficamente la elipse de covarianza.
 - c) Obtenga la matriz de varianza-covarianza a posteriori de los errores.
 - d) Realice un gráfico de y vs t , donde aparezcan los datos originales y la recta obtenida por mínimos cuadrados.
- 2- Dado el siguiente conjunto de puntos y suponiendo que t se mide con error despreciable; las medidas de y son no correlacionadas y tienen un error del 10%:

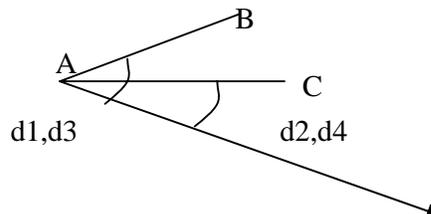
t	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
y	80	52	36	25	27	59	103	188	322	518

- a) Realice una serie de ajustes por MC de polinomios de t con grado creciente, desde grado 0 hasta grado 4.
 - b) Para cada polinomio ajustado en el paso anterior, calcule $M = v^t C_y^{-1} v$ y el estimador de error de los parámetros, de manera de obtener una tabla donde aparezcan el grado del polinomio y el valor de M .
 - c) Determine cuál es el grado del polinomio más conveniente para representar los datos. Justifique su respuesta.
 - d) Realice un gráfico de y vs. t donde aparezcan los datos y las trazas de las curvas obtenidas en el punto a). Interprete gráficamente los resultados.
- 3- Un contador integra un ciclo de una señal de frecuencia constante; cada lectura es la cantidad de ciclos acumulados a partir de un origen arbitrario. Se supone que no hay correlación entre una lectura y la siguiente y que cada una de ellas está afectada de un error del 1% del valor leído. Se obtienen las siguientes lecturas a intervalos fijos de 2 segundos:

Tiempo	0	2	4	6	8	10
Lectura	97.4	124.7	151.6	178.1	200.0	222.9

Obtenga el valor esperado del número de ciclos por intervalo y un estimador de su error.

- 4- Suponga que se estaciona un instrumento en un punto A que mide direcciones a dos puntos cercanos B y C, respecto de un origen fijo y arbitrario. Se quiere calcular el ángulo CAB y para esto se mide dos veces la dirección a B: d_1 y d_3 , y dos veces la dirección a C: d_2 y d_4 . Las direcciones medidas tienen igual precisión y no están correlacionadas (ver figura).



- a) Mediante MC determine la expresión para el valor más representativo y para su error, del ángulo CAB a partir de las pseudos-observaciones que se obtienen de hacer: d1-d2, d3-d2 y d3-d4.
- b) Repita el paso anterior pero esta vez a partir de las pseudos-observaciones: d1-d2 y d3-d4.
- c) Compare los resultados obtenidos en los puntos a) y b). Qué conclusión puede sacar?

5- Se tiene la siguiente tabla de datos donde se supone que el error en t es despreciable.

t	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	1.2	1.9	2.0	2.0	1.4
Desv. Std de y	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

Suponga que entre el observable que se intenta medir y el parámetro t existe una relación del tipo:

$$\eta = A * \text{sen}(2\pi f t)$$

- a) Obtenga los valores de los dos parámetros A y f .
- b) Estime los errores de los parámetros y los errores de las observaciones corregidas.

Para los pasos a) y b) realice por lo menos 3 iteraciones.

- c) Realice un gráfico de y vs. t donde aparezcan los datos de la tabla y las curvas obtenidas por MC. Interprete los resultados.

6- Se quiere determinar las coordenadas de un punto en el plano x-y, y se sabe que la distancia a tres puntos es el plano son:

	Distancia al [m]
Punto 1	7.8
Punto 2	6.7
Punto 3	7.3

La desviación estándar de las distancias es de 0.5m.

Se sabe que las coordenadas de dos puntos sobre el plano x-y son las siguientes:

	Coord. X [m]	Coord. Y [m]
Punto 1	10.3	5.7
Punto 2	4.8	7.1
Punto 3	-2.0	4.0

- a) Plantee las ecuaciones que vinculan a las coordenadas de los puntos 1, 2 y 3, las coordenadas del punto desconocido y las distancias a los puntos.
- b) A partir del método de mínimos cuadrados determine las coordenadas del punto desconocido.
- c) Calcule estimadores de error para las coordenadas.

Este ejercicio es una representación esquemática y simplificada del principio de posicionamiento satelital que se dio en la asignatura Geo-referenciación. Los puntos 1, 2 y 3 equivalen a los GPS satélites cuyas coordenadas se conocen; y las distancias a los puntos equivalen a las distancias que mide el receptor para calcular su posición.