Estadística Aplicada
Práctica 4 - Distribuciones básicas

1- Encontrar los parámetros característicos de la distribución binomial (media μ y varianza σ^2) utilizando la definición para el caso de una variable discreta: dado un evento A

$$X = \sum_{i=1}^{n} x_i;\ \text{donde } x_i \begin{cases} =1 \text{ si sucede } A \\ =0 \text{ si sucede } \overline{A} \end{cases}$$

Recordar que:

$$\mu = E[X] = \sum_{k=1}^{n} k\ P(X=k);\ \sigma^2 = E[X^2] - E[X]^2$$

2- La probabilidad de sacar un pleno en una tirada de bola de ruleta es de 1/37.
a) Calcular, usando una adecuada función de distribución de probabilidades:
i) la probabilidad de obtener 1 pleno en un conjunto de 3 tiradas de bola.
ii) la probabilidad de obtener 3 plenos en un conjunto de 3 tiradas de bola.
b) ¿Cuál es el número esperado de plenos en 3 tiradas de bola?
c) ¿Cuál es el número esperado de plenos en 37 tiradas de bola?

3- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un póquer en una tirada de cinco dados?
b) ¿Cuál es la probabilidad de la cantidad de póquer que saldrían en una serie de 10 tiradas de cinco dados?
c) ¿Cuál es el número esperado de póqueres en las 10 tiradas de 5 dados?
d) Si se realizan 10000 experimentos como el anterior (10 tiradas de 5 dados), ¿Cuál es el número esperado de 0 póquer, 1 póquer, ..., 10 póqueres?
Nota: Póquer: 4 números iguales y 1 distinto.

4- Diez partículas masivas libres se encuentran en una región en la cual existen cuatro agujeros negros distribuidos de forma tal que la probabilidad de que una partícula cualquiera caiga en cualquier agujero negro es la misma. ¿Cuál es la probabilidad de que un número n de partículas caigan en uno de los agujeros negros?

5- La cantidad de polvo en la atmósfera puede ser estimada por medio de un microscopio. Se ilumina un volumen de aire muy pequeño y el observador cuenta el número de partículas de polvo que ve. Si se repite esta operación un gran número de veces, puede estimarse la cantidad de polvo por centímetro cúbico de aire. Supongamos haber obtenido los siguientes resultados en una serie de 300 ensayos.

Número de partículas	0	1	2	3	4	5	6	7
Repeticiones	38	75	89	54	20	19	4	1

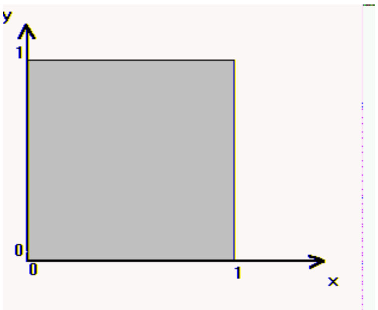
a) Calcule las frecuencias observadas a partir de los datos de la tabla.
b) Calcule la distribución teórica que parezca más adecuada para representar las observaciones y halle las frecuencias esperadas para cada número de partículas.
c) Compare gráficamente la distribución teórica con la observada.

6- Registros acumulados durante 200 años muestran que cierta ciudad ha sufrido un promedio de 1 terremoto por década. Suponiendo que la ocurrencia de terremotos es aleatoria, encuentre la probabilidad de que al menos un terremoto ocurra dentro de:
a) La próxima década
b) El período normal de vida de una persona (75 años)

7- Usando el siguiente generador de números pseudo-aleatorios:

$$x_n = mant(997 x_{n-1})$$

Genere 1000 pares ordenados (x,y) a partir de dos series: una para x y otra para y. Deberá usar un número 'semilla' $x_0 \in (0,1)$ para la serie de los x y otro diferente $y_0 \in (0,1)$ para la serie de los y. Obtendrá así puntos dentro del cuadrado limitado por el intervalo (0,1) para x, y por (0,1) para y.



Luego divida el cuadrado en 100 cuadrados iguales. Cuente el número de puntos en cada cuadradito y dibuje un histograma. Compare lo obtenido con las funciones de distribución que ya conoce. ¿A cuál se parece?

8- Una distribución de Poisson tiene una moda doble en x=1 y en x=2. ¿Cuál es la probabilidad de que x tome uno u otro de estos valores?

9- Sea la función de densidad de densidad de probabilidad:

$$f_x(x) = Ce^{-(x-a)^2/(2\cdot b^2)}$$

Determínese C de manera tal que $f_x(x)$ esté normalizada a 1.Verifíquese que los puntos $x = a - b$ y $x = a + b$ corresponden a los puntos de inflexión de la gaussiana. (pto. de inflexión: $f_x''(x) = 0$).

10- Sea x una variable aleatoria con función de distribución normal, de media $\overline{x} = 1$ y varianza $\sigma^2 = 4$. [Para resolver las integrales de los incisos b), c) y d) se debe recurrir a las tablas presentes en la bibliografía donde se tiene $f_x(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \ldots\ldots(\overline{x} = 0 \wedge \sigma_x = 1)$]

Determine:

a) El valor máximo de la función densidad de probabilidad.
b) La probabilidad para $x \geq 2$.
c) La probabilidad para $0 \leq x \leq 2$.
d) La probabilidad de que $-\sigma \leq x - \overline{x} \leq \sigma$, $-2\sigma \leq x - \overline{x} \leq 2\sigma$ y $-3\sigma \leq x - \overline{x} \leq 3\sigma$.

11- Si se mide reiteradas veces el diámetro de un cable se obtiene un valor medio 0.8 mm y una varianza de 0.0004 mm^2 (la función de distribución asociada a la variable x es la normal, donde denomino como variable x al valor del diámetro medido):

a) ¿Cuál es el valor más probable del diámetro medido?
b) Calcule la probabilidad de que la medida sea mayor que 0.81 mm.
c) Se considera un cable defectuoso si el valor medido de su diámetro difiere en 0.025 mm o más respecto del valor medio. ¿Cuál es la probabilidad que un cable resulte defectuoso?

12- Encuentre la función de distribución de densidad de probabilidad de y para el caso:

$$y = x^2$$

Siendo *x* una variable aleatoria de distribución de densidad de probabilidad normal de media 0 y varianza σ_x^2 .