Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2016

Trabajo Práctico N° 2

Cinemática de fluidos (2º parte)

1. En la siguiente tabla se indican datos de viento en 3 momentos distintos de una mañana (9:00, 10:00 y 11:00 hs). Esquematizar los vectores de viento para los tres instantes dados y completar las columnas con la información faltante. Calcular el vector que resulta del promedio de los vientos para el intervalo 9:00-10:00 hs y para el intervalo 10:00-11:00 hs, y esquematizar ambos vectores.

Hora	Magnitud (km/h)	Dirección	Denominación	u (m/s)	v (m/s)
9:00	12	40°			
10:00	23	330°			
11:00	18	240°			

2. En el análisis estadístico del viento resulta de interés el cálculo de dos variables: la *velocidad media del viento* (que es el promedio de las intensidades del viento) y el *viento medio* (que es igual al promedio del vector viento).
   a. Hallar la expresión matemática para el cálculo de ambas variables.
   b. Calcular velocidad media del viento y viento medio considerando el siguiente conjunto de datos de viento, ordenados de menor a mayor según intensidad:

Dirección	*Intensidad (m/s)*
SE	0.9
W	1.7
SE	1.7
NE	2.3
SW	2.4
S	2.5
NW	2.5
S	2.5
NW	2.8
W	2.9
NW	3.1
NE	3.1
NW	3.3

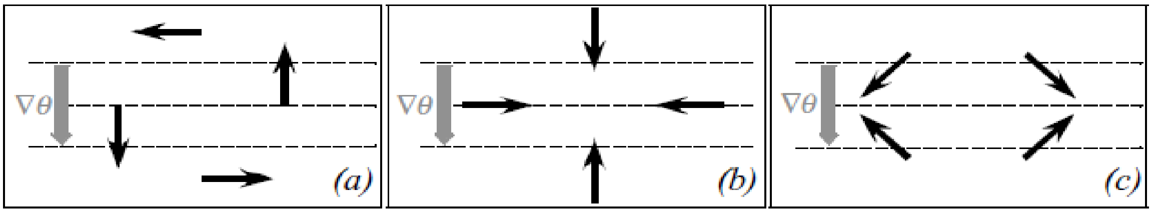
Dirección	*Intensidad (m/s)*
W	3.4
NE	3.5
NE	3.5
NW	3.5
N	3.6
N	3.6
W	3.6
SW	3.8
SW	3.9
E	4.1
E	4.2
W	4.2
W	4.3

   c. Una tercera variable de interés para el análisis estadístico es la *persistencia*, definida como el cociente entre el módulo del viento medio y la velocidad media del viento. ¿Qué significado físico puede tener esta cantidad? Calcular el valor para el conjunto de datos del inciso b. e interpretar el resultado.

3. Demostrar que la divergencia (D) y la vorticidad (ζ) son invariantes ante una rotación del sistema de coordenadas. (Ayuda: para este ejercicio considerar dos sistemas de coordenadas, (x,y) y (x',y'), en donde el último se obtiene del primero mediante una rotación antihoraria de ángulo θ).

4. Considerar un elemento de fluido de área A=$\delta x \delta y$, cuya tasa de cambio es dA/dt. Demostrar que la expresión $(1/A)(dA/dt)$ representa a uno de los campos de movimiento puro. (Ayuda: para cualquier variable F dada se tiene la siguiente igualdad: $d(\delta F)/dt = \delta(dF/dt)$. Describir esquemáticamente cómo es el flujo resultante luego de un incremento en A.

5. En la siguiente figura se ilustran isotermas (líneas quebradas) en campos de *vorticidad pura* (a), *divergencia pura* (b) y *deformación* (c), indicándose en todos los casos la dirección del gradiente de temperatura (∇θ):



Analizar en forma intuitiva qué sucede con las isotermas un tiempo posterior al que se muestra en la figura. Para cada uno de los tres casos, ¿es posible que el campo de movimiento modifique tanto la dirección como la magnitud de ∇θ? ¿Depende esta respuesta de la orientación de las isotermas?

6. Considerar un flujo horizontal representado por las siguientes expresiones:

$$u = (x-a)^2, v = 0$$

donde a es una constante positiva. Realizar un esquema del mismo y calcular divergencia y vorticidad. ¿Qué significado físico presentan los resultados obtenidos? ¿Qué sucede con el flujo en los lugares del espacio con $x = a$?

7. En un centro de pronóstico se reciben datos de viento desde estaciones meteorológicas ubicadas en los 4 puntos cardinales a 50 km de distancia del centro cada una. Determinar el valor aproximado de la divergencia y la vorticidad en el centro para un determinado instante sabiendo que los datos recolectados son:

Ubicación de la estación	Magnitud (m/s)	Dirección
Al este	10	270°
Al norte	4	300°
Al oeste	8	270°
Al sur	4	240°

<u>*Respuestas*</u>

1.

Hora	Magnitud (km/h)	Dirección	Denominación	*u* (m/s)	*v* (m/s)
9:00	12	40°	NE	-2,14	-2,55
10:00	23	330°	NW	3,19	-5,53
11:00	18	240°	SW	4,33	2,50

$V_{9\text{-}10}$ = (0,52; -4,04) m/s / $V_{10\text{-}11}$ = (3,76; -1,51) m/s

2. a. $\left|\overline{V}\right| = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} V_i$ // $\overline{\mathbf{V}_m} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i\right)$

b. $\left|\overline{V}\right|$ = 3,11 m/s; $\overline{\mathbf{V}_m}$ = (0,73; -0,49) m/s

c. P = 0,28

7. $D = -2 \times 10^{-5}\ s^{-1}$ / $\zeta = 0\ s^{-1}$

<u>Marco teórico</u>

<u>*Descripción cinemática del fluido*</u>

El campo de vientos es un campo vectorial donde en cada punto del espacio el viento tiene componentes *u* y *v* en las direcciones *x* e *y*, respectivamente. La denominación del viento en cada lugar se expresa según la dirección de procedencia del mismo. Si bien su orientación en el espacio se puede indicar en forma exacta mediante un ángulo medido desde el norte, para muchos usos la denominación se simplifica indicando la proximidad a una de las 8 direcciones (según la *rosa de los vientos*) que se presentan en la siguiente tabla:

Dirección	*Ángulo*	*u*	*v*	*Dirección*	*Ángulo*	*u*	*v*
N	0°	0	<0	*S*	180°	0	>0
NE	45°	<0	<0	*SW*	225°	>0	>0
E	90°	<0	0	*W*	270°	>0	0
SE	135°	<0	>0	*NW*	315°	>0	<0

Para un dado instante el comportamiento cinemático del campo de vientos puede describirse estimando el valor de ciertas cantidades denominadas *divergencia*, *vorticidad*, y *deformación*. Estas cantidades permiten conocer si en una región del espacio el flujo se concentra, se expande, rota o si se deforma en alguna dirección preferencial. Ellas pueden definirse a partir de un desarrollo en series de Taylor de las componentes *u* y *v* del viento, expresado mediante la siguiente aproximación de primer orden:

$$u - u_0 = \frac{1}{2}(D + F_1)x - \frac{1}{2}(\zeta - F_2)y$$

$$v - v_0 = \frac{1}{2}(\zeta + F_2)x + \frac{1}{2}(D - F_1)y$$

donde u_0 y v_0 representan las velocidades en un punto origen arbitrario, y

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\textit{divergencia}) \quad / \quad F_1 = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\textit{deformación por estiramiento})$$

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\textit{vorticidad}) \quad / \quad F_2 = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\textit{deformación por esfuerzo de corte})$$