

## Trabajo Práctico N° 4

### *Aplicaciones de las ecuaciones de movimiento*

- Hallar la expresión del viento geostrófico en coordenadas isobáricas. ¿Qué ventaja tiene esta expresión? Demostrar que el viento geostrófico es no divergente y que el ascenso/descenso de parcelas se produce por la divergencia del viento ageostrófico.
  - Demostrar que a escala sinóptica la velocidad vertical en coordenadas de presión puede expresarse en función de la velocidad vertical en coordenadas de altura como  $\omega = -\rho g w$ . Si se asume que la atmósfera es isotérmica, con un valor de temperatura  $T = 260$  K, ¿cómo podría reescribirse la relación anterior?
- Para una estación meteorológica de latitudes medias, la divergencia del viento horizontal en varios niveles de presión se indica en la siguiente tabla:

Nivel (hPa)	Divergencia ( $\nabla \cdot V \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )
1000	+0,9
850	+0,6
700	+0,3
500	0
300	-0,6
100	-1,0

- Asumiendo que  $\omega = 0$  en el nivel de 1000 hPa, calcular la velocidad vertical  $\omega$  en cada nivel.
  - Esquematizar la circulación de aire establecida en la columna de aire sobre la estación, teniendo en cuenta el movimiento vertical calculado y las respectivas convergencias y divergencias horizontales.
- Resolver los siguientes ejercicios a partir de la relación de viento térmico.
    - Considerando el balance de energía en la Tierra, explicar en forma esquemática por qué en latitudes medias existe un aumento de los vientos oestes con la altura, y por qué este fenómeno es el mismo en ambos hemisferios.
    - Asumir que en una cierta estación el día está soleado y que el flujo de aire es geostrófico. Se sabe que en la región la presión decrece hacia el noreste y la temperatura aumenta hacia el oeste. Si localmente la temperatura disminuye, ¿en qué hemisferio está ubicada la estación?
    - Imaginar que en una isla en el Pacífico Central ( $40^\circ$  N) se observa el movimiento de las nubes en tres niveles diferentes: en el nivel inferior se mueven de norte a sur, en el nivel medio de oeste a este, y en el nivel más alto de norte a sur. Asumiendo que en los tres niveles las nubes son impulsadas por vientos geostróficos, ¿cómo es la advección térmica en niveles bajos y en niveles altos?
  - Suponer que para la ciudad de La Plata ( $35^\circ$  S) la temperatura media entre los niveles de 750 hPa y 500 hPa decrece hacia el este a razón de  $3^\circ\text{C}$  cada 100 km. Si el viento geostrófico en el nivel de 750 hPa se mueve desde el sudeste a 20 m/s, ¿cuál será la velocidad del viento geostrófico y su dirección en el nivel de 500 hPa?

## Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2015

---

5. Asumir que para una zona ubicada a una latitud de  $43^\circ$  N el viento geostrófico es igual a 10 m/s desde el sur en 900 hPa, 10 m/s desde el oeste en 700 hPa, y 10 m/s desde el sur en 500 hPa. Calcular el valor absoluto de los gradientes horizontales de temperatura en las capas 900-700 hPa y 700-500 hPa.
6. Un cierto día en Madison ( $41^\circ$  N) se observa que el gradiente horizontal de presión es el mismo a nivel del mar (1005 hPa) que en el nivel de 850 hPa. El espesor de la capa 850-1005 es 1367 m y la temperatura en 1005 hPa es  $11^\circ\text{C}$ . Si la velocidad del viento geostrófico en 850 hPa es 35 m/s, determinar el gradiente de presión a nivel del mar. ¿Cuánto hay que alejarse de Madison para que la presión a nivel del mar sea 10 hPa menor? ¿Cuál es la velocidad del viento geostrófico en 1005 hPa?
7. El viento gradiente surge de considerar el balance entre la fuerza de Coriolis, el gradiente de presión y la fuerza centrífuga debida a la curvatura del flujo.
  - a. Analizar las distintas soluciones de la ecuación del viento gradiente.
  - b. ¿Cómo es el viento gradiente respecto del geostrófico en un ciclón? Para un mismo valor de viento gradiente, ¿dónde es mayor el radio de curvatura de un anticiclón, en altas o bajas latitudes?
  - c. Verificar que si el gradiente de presión es muy pequeño, la expresión del viento gradiente se aproxima a la del viento geostrófico para el caso de una *alta normal* (la fuerza del gradiente de presión es mayor a la centrífuga) y a la del viento inercial para el caso de una *alta anómala* (caso contrario al anterior). (Ayuda: para una función del tipo  $(1+x)^{1/2}$ , si  $x$  tiende a 0 entonces  $(1+x)^{1/2} \approx 1+0.5x$ ).
  - d. Determinar el valor del viento geostrófico para un gradiente de presión de 1 Pa/km y compararlo con los distintos tipos de viento gradiente posibles (altas y bajas normales y anómalas) con el mismo gradiente de presión y un radio de curvatura de  $\pm 500$  km. Considerar una densidad de  $1\text{ kg/m}^3$  y  $f = 10^{-4}\text{ s}^{-1}$ .
8. El balance ciclostrófico (equilibrio entre fuerza centrífuga y el gradiente de presión) puede aplicarse a la descripción de la dinámica de un tornado, el cual rota con velocidad angular constante  $\omega$ . Considerando este tipo de balance, verificar que la presión en el centro del tornado tiene la siguiente expresión:

$$p = p_0 e^{\left(\frac{-\omega^2 r_0^2}{2RT}\right)}$$

donde  $p_0$  es la presión a una distancia  $r_0$  del centro del tornado y  $T$  es la temperatura del aire, la cual se asume constante. Utilizar esta expresión para calcular cuál es la presión en el centro de un tornado si  $T$  es  $15^\circ\text{C}$ , y a 100 m del centro la presión y la velocidad son 1000 hPa y 360 km/h, respectivamente.

## Introducción a la Dinámica de la Atmósfera - 2015

---

### Respuestas

1. a.  $V_g = \frac{\hat{k}}{f} \times \nabla_p \phi$  //      b.  $w = -7606$  ( $\omega / p$ )
2. a.  $\omega(1000) = 0$  Pa/s //       $\omega(850) = 0,1125$  Pa/s //       $\omega(700) = 0,18$  Pa/s  
 $\omega(500) = 0,21$  Pa/s //       $\omega(300) = 0,15$  Pa/s //       $\omega(100) = -0,01$  Pa/s
3. b. Se encuentra en el Hemisferio Sur  
 c. En altura la advección es cálida y en niveles más bajos es fría
4.  $V_{g500} = 57,9$  m/s (dirección  $14,15^\circ$  hacia el oeste desde el norte)
5.  $\nabla T_{700-900} = 1,94 \times 10^{-5}$  K/m ;  $\nabla T_{500-700hPa} = 1,45 \times 10^{-5}$  K/m
6.  $\partial p / \partial n = 3,09 \times 10^{-3}$  Pa/m /      Dist = 323,6 km /       $V_{g1005} = 26,3$  m/s
7. b.  $V_g < V_G$  /      R es mayor en latitudes bajas  
 d.  $V_g = 10$  m/s  
 $V_G = 8,5$  m/s (baja normal) /       $V_G = 13,8$  m/s (alta normal)  
 $V_G = 58,5$  m/s (baja anómala) /       $V_G = 36,2$  m/s (alta anómala)
8.  $p = 941,3$  hPa

### Marco teórico

Ecuación de movimiento y ecuación de continuidad en coordenadas isobáricas: si se toma un sistema cartesiano con coordenadas horizontales  $x$  e  $y$ , y coordenada vertical  $p$  (donde ahora la velocidad de movimiento vertical es  $\omega = dp/dt$ ), la ecuación de movimiento horizontal (sin fricción) se expresa del siguiente modo:

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = -\nabla_p \phi - f\hat{k} \times \bar{V}$$

En estas coordenadas, la ecuación de continuidad queda expresada del siguiente modo:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$$

Viento térmico: a partir de la combinación del balance hidrostático y del balance geostrofico puede encontrarse la siguiente expresión conocida como relación de viento térmico:

$$\bar{V}_T = \bar{V}_g(p_2) - \bar{V}_g(p_1) = \left( \frac{R_d}{f} \right) \hat{k} \times \nabla T \ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right)$$

Ecuación de movimiento en coordenadas naturales: si se toma un sistema cartesiano con coordenadas horizontales  $t$  (paralelo al vector de velocidad) y  $n$  (perpendicular a  $t$ , positivo hacia la izquierda de la dirección de flujo), y coordenada vertical  $z$ , la ecuación de movimiento horizontal (sin fricción) se expresa del siguiente modo:

$$\left( \frac{d\bar{V}}{dt} \hat{t} + \frac{V^2}{R} \hat{n} \right) = - \left( \frac{d\phi}{ds} \hat{t} + \frac{d\phi}{dn} \hat{n} \right) - (fV) \hat{n}$$

donde  $R$  es el radio de curvatura de la trayectoria (positivo cuando tiene el mismo sentido que el versor  $n$ ). Para movimientos paralelos a isolíneas de altura geopotencial,  $d\phi/ds = 0$ , y la velocidad del flujo es constante, por lo que sólo se analiza el balance en la dirección  $n$ .