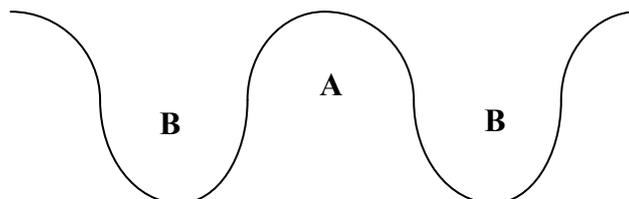


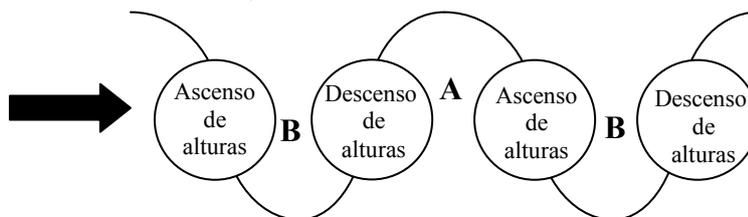
## Trabajo Práctico N° 6

### *Análisis cuasi-geostrófico de flujo de gran escala*

1. a. Para una onda larga troposférica en latitudes medias del hemisferio norte, como la que se indica en la siguiente figura, indicar las regiones de ascenso y descenso. Justificar considerando al viento ageostrófico.



- b. La onda presentada en el inciso anterior tiene asociada una distribución de ascensos y descensos de alturas como la indicada en la siguiente figura. ¿Qué puede concluirse sobre las magnitudes relativas de las componentes isalobárica y advectiva del viento ageostrófico en ese nivel? Justificar.



2. Dentro del marco de la teoría cuasi-geostrófica, el viento ageostrófico puede expresarse omitiendo el término convectivo ( $\omega \partial \bar{V}_g / \partial p$ ):

- a. Demostrar que la componente advectiva inercial del viento ageostrófico puede expresarse del siguiente modo:

$$\bar{V}_{IA} = -\frac{\bar{V}_g \zeta_g}{f}$$

- b. Utilizando la expresión hallada en el inciso a., demostrar que la distribución de  $V_{IA}$  permite explicar:
- i. la distribución de movimientos verticales en la entrada y salida de una corriente en chorro ("jet stream").
  - ii. la distribución de movimientos verticales asociada a un tren de ondas de troposfera alta en el campo de geopotencial.

3. Demostrar que la ecuación de la tendencia del geopotencial cuasigeostrófica puede escribirse como una ecuación de conservación de vorticidad potencial cuasi-geostrófica:

$$\frac{d_g q}{dt} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_g \cdot \nabla \right) q = 0$$

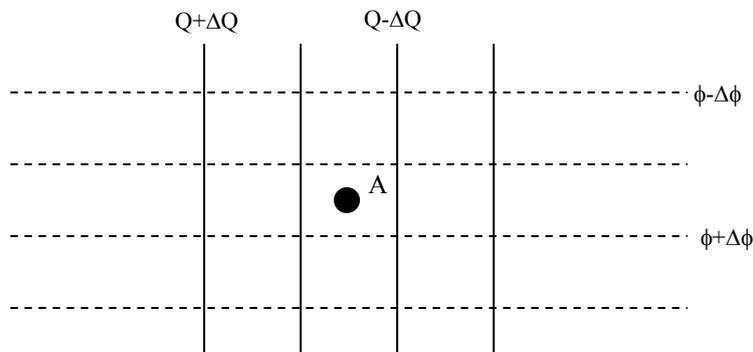
donde

$$q \equiv \left[ \frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right]$$

## Introducción a la Dinámica de la Atmósfera - 2014

---

4. En la siguiente figura se presentan líneas de igual espesor (líneas punteadas) entre 1000 y 500 hPa y las isopletas de una variable desconocida  $Q$ , la cual tiene el mismo valor en 1000 hPa y en 500 hPa. ¿En cuál de estos dos niveles es mayor la advección geostrofica de  $Q$  observada en la estación A, ubicada en el hemisferio norte? Considerar la definición de viento térmico para justificar su respuesta.

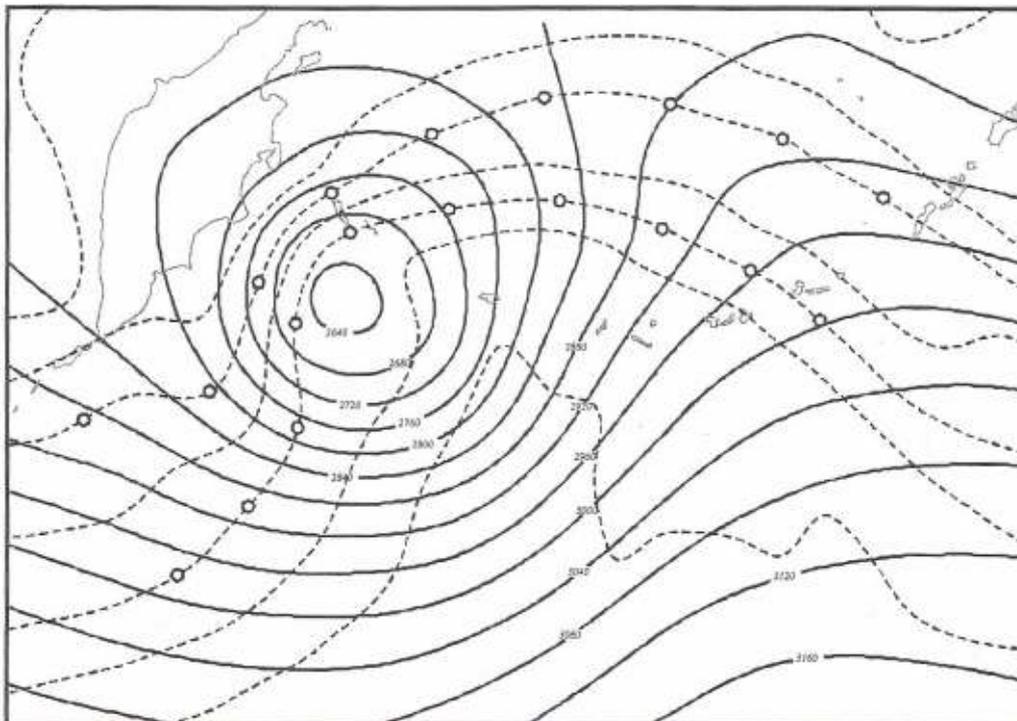


5. Dada la siguiente expresión para el campo geopotencial:

$$\phi = \phi_0(p) + cf_0 \left\{ y \left[ \cos\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) + 1 \right] + k^{-1} \text{sen}(k(x - ct)) \right\}$$

donde  $c$  es una velocidad constante,  $k$  el número de onda zonal y  $p_0 = 1000$  hPa.

- a. Obtener expresiones para el viento geostrofico y la vorticidad relativa.
  - b. Calcular la advección de vorticidad relativa.
  - c. Utilizar la ecuación de vorticidad cuasi-geostrofica para obtener el campo de divergencia horizontal consistente con el campo  $\phi$ , asumiendo  $f$  constante.
  - d. Asumiendo  $\omega(p_0) = 0$  obtener una expresión para  $\omega(x, y, p, t)$  integrando la ecuación de continuidad con respecto a la presión.
  - e. Realizar un esquema del campo geopotencial en los niveles de 750 y 250 hPa. Indicar regiones de máxima divergencia y convergencia, y de advección de vorticidad positiva y negativa.
  - f. Calcular el vector  $Q$ .
6. a. Considerando la distribución del geopotencial del ejercicio 4 obtener una expresión para  $\omega$  utilizando la forma adiabática de la ecuación de energía termodinámica. Asumir que  $\sigma$  es constante. ¿Para qué valor de  $k$  coincide esta expresión con la obtenida en el problema 4?
- b. Calcular  $\omega$  utilizando la forma aproximada de Trenberth de la ecuación omega. Mostrar que las tres expresiones calculadas para  $\omega$  solo coinciden para un valor de  $k$ . Verificar que el campo geopotencial  $\phi$  del problema 4 es consistente con la dinámica cuasi-geostrofica sólo para un único valor del número de onda zonal.
7. En la siguiente figura se presenta la altura geopotencial en el nivel de 700 hPa y el análisis de temperatura para el caso en el que se está desarrollando un ciclón al este de la Península de Kamchatka (octubre de 2004)
- a. Dibujar el vector  $Q$  en los puntos indicados, y las áreas de convergencia y divergencia de los mismos.
  - b. En forma intuitiva, ¿las áreas de convergencia y divergencia dibujadas corresponden a regiones de ascenso y descenso de aire? Justificar.



Respuestas

4. La advección de  $Q$  es mayor en el nivel de 500 hPa que en el de 1000 hPa.
5. a.  $\zeta_g = -ck \text{sen}(k(x-ct))$ ,  $\bar{V}_g = (c[1 + \cos(\pi p/p_0)], c \cos(k(x-ct)))$   
 b.  $-\bar{V}_g \cdot \nabla \zeta_g = c^2 k^2 \cos(k(x-ct)) [1 + \cos(\pi p/p_0)]$   
 c.  $\nabla \cdot \bar{V} = (c^2 k^2 / f_0) \cos(\pi p/p_0) \cos(k(x-ct))$   
 d.  $\omega = (p_0 / \pi) (c^2 k^2 / f_0) \text{sen}(\pi p/p_0) \cos(k(x-ct))$   
 f.  $Q_1 = (c^2 k f_0 \pi / p_0) \text{sen}(\pi p/p_0) \text{sen}(k(x-ct))$
6. a.  $\omega = (c^2 f_0 \pi / \sigma p_0) \text{sen}(\pi p/p_0) \cos(k(x-ct)) \rightarrow k^2 = (f_0^2 \pi^2 / \sigma p_0^2)$   
 b.  $\omega = -2 \left[ 1 + \frac{f_0^2 \pi}{k^2 \sigma p_0^2} \right]^{-1} \left( \frac{f_0 c^2 \pi}{\sigma p_0} \right) \text{sen}(\pi p/p_0) \cos(k(x-ct)) \rightarrow k^2 = (f_0^2 \pi^2 / \sigma p_0^2)$

# Introducción a la Dinámica de la Atmósfera - 2014

## Marco teórico

Componentes del viento ageostrófico: el viento ageostrófico puede expresarse del siguiente modo:

$$\bar{V}_{ag} = \frac{\hat{k}}{f} \times \frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{\hat{k}}{f} \times \left( \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla \bar{V} + \omega \frac{\partial \bar{V}}{\partial p} \right)$$

El tercer término (*componente convectiva del movimiento*) puede ser omitido en estudios sinópticos. Aproximando el viento real por el viento geostrófico, los primeros dos términos de esta expresión representan a la tendencia local del viento, conocido como *viento isalobárico* ( $V_{isal}$ ), y a la *componente inercial advectiva* ( $V_{IA}$ ):

$$\bar{V}_{isal} = \frac{\hat{k}}{f} \times \frac{\partial \bar{V}_g}{\partial t} = \frac{\hat{k}}{f} \times \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\hat{k}}{f} \times \nabla \phi \right) = -\frac{1}{f^2} \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\bar{V}_{IA} = \frac{\hat{k}}{f} \times \bar{V}_g \cdot \nabla \bar{V}_g = \frac{\hat{k}}{f} \times \left[ \left( u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) \hat{i} + \left( u_g \frac{\partial v_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial v_g}{\partial y} \right) \hat{j} \right]$$

Ecuación de la vorticidad y de la energía termodinámica cuasigeostrófica: partiendo del conjunto de 5 ecuaciones fundamentales, y haciendo ciertas aproximaciones y suposiciones, puede hallarse la siguiente expresión de vorticidad cuasigeostrófica:

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\bar{V}_g \cdot \nabla \zeta_g + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}$$

donde  $f_0$  es el valor del parámetro  $f$  a una latitud fija  $\phi_0$ . Por otra parte, asumiendo que el viento es geostrófico y que el calentamiento diabático es despreciable, la ecuación termodinámica resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = -\bar{V}_g \cdot \nabla \left( -\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \sigma \omega$$

donde  $\sigma$  es el *parámetro de estabilidad estática*:  $\sigma = \frac{RS_p}{p} = -\alpha \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$

Ecuación omega cuasigeostrófica: combinando las ecuaciones de vorticidad y termodinámica cuasigeostróficas puede llegarse la siguiente expresión:

$$\sigma \left( \nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left[ \bar{V}_g \cdot \nabla (\zeta_g + f) \right] + \nabla^2 \left[ \bar{V}_g \cdot \nabla \left( -\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right]$$

Trenberth observó que los términos del miembro derecho tienden a cancelarse. Expandiendo la expresión, utilizando las relaciones del viento geostrófico y operando matemáticamente puede llegarse a la siguiente aproximación:

$$\left( \nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega \approx \frac{f_0}{\sigma} \left[ \frac{\partial \bar{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f \right) \right]$$

Representación del vector Q: definiendo a  $Q_1$  y  $Q_2$  como magnitudes de la tendencia geostrófica

$$Q_1 = -\frac{\partial \bar{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \left( -\frac{\partial \phi}{\partial p} \right), \quad Q_2 = -\frac{\partial \bar{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \left( -\frac{\partial \phi}{\partial p} \right)$$

puede llegarse a la siguiente expresión del vector  $Q$  en coordenadas naturales ( $s$  en la dirección de las isotermas y  $n$  a travésándolas, hacia el aire más frío) puede expresarse:

$$\bar{Q} = -\frac{R}{p} \frac{\partial T}{\partial n} \left[ \hat{k} \times \frac{\partial \bar{V}_g}{\partial s} \right]$$