COMPUTACIÓN 2003 – ASTRONOMÍA

PRÁCTICA 4

1. Definiendo la *función de sentencia* $\mathrm{FUN}(X) = X^2 + \sqrt{1+2X+3X^2}$, construya un programa en el que, ingresando valores de Y, sean calculadas las siguientes funciones:

$$\begin{aligned}\mathrm{ALPHA} =& \frac{6.9+Y}{Y^2+\sqrt{1+2Y+3Y^2}}\\ \mathrm{GAMMA} =& \frac{\sin Y}{Y^4+\sqrt{1+2Y^2+3Y^4}}\\ \mathrm{DELTA} =& \frac{1}{(\sin Y)^2+\sqrt{1+2\sin Y+3(\sin Y)^2}}\end{aligned}$$

2. a) Hacer un programa que permita calcular el valor del polinomio de Legendre, ingresando como datos: x y el número de polinomio a evaluar, utilizando función de sentencia.

   b) Idem utilizando función externa.

$$\begin{aligned}P_1 =& 1\\ P_2 =& x\\ P_3 =& \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}\\ P_4 =& \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x\\ P_5 =& \frac{35}{8}x^4 - \frac{15}{4}x^2 + \frac{3}{8}\end{aligned}$$

3. El método de Simpson para calcular integrales definidas de la forma $\int_a^b f(x)dx$ consiste en dividir el intervalo $[a, b]$ en n subintervalos (con n par) de longitud h, y aproximar la integral mediante la fórmula:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} * (E + 4I + 2P)$$

   donde:

   $E = f(a) + f(b)$ es la suma de los valores de $f(x)$ evaluada en los extremos del intervalo,

   $I = f(x_1) + f(x_3) + ... + f(x_{n-1})$ es la suma de los valores impares de $f(x)$,

   $P = f(x_2) + f(x_4) + ... + f(x_{n-2})$ es la suma de los valores pares de $f(x)$,

   con $x_i = a + ih$.

   Programar el cálculo de la integral $\int_0^1 e^{-x^2}dx$ con un error menor que 0.0001. Imprimir el resultado, y también h y la cantidad de puntos usados.

   Chequear el resultado usando *gnuplot*:

   (i) graficar la función en el intervalo, y aproximar visualmente el área;

   (ii) calcular su valor.

4. Sea el desarrollo de Taylor del $\cos(x)$ en torno a cero:

$$P_n(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + ... + \frac{x^n}{n!}$$
$$|R_n(x)| \leq \frac{|x|^{n+2}}{(n+2)!}$$

a) Hacer un programa para que, dado un x, calcule cuántos términos de la serie son necesarios si se quiere que el error $|R_n(x)|$ sea menor que 0.0001, y calcule luego $P_n(x)$. Imprimir como resultado n y $P_n(x)$ (con formato).

b) Idem a) pero en doble precisión.

Utilizar una `FUNCTION` para el cálculo de factoriales.

- Analizar el resultado graficando el polinomio usado y $\cos(x)$ con *gnuplot*.
- Plotear el punto de interés.

5. Aproximación de raíces por Método Dicotómico

a) Dada $f(x)$ buscar dos puntos x_n y x_p donde $f(x)$ tenga signos diferentes.

b) Calcular el punto medio $x_m = (x_n + x_p)/2$

c) Evaluar $f(x_m)$,

d) Si $f(x_m) = 0$ es la raíz, sino hacer $x_p = x_m$ en caso de que el signo de $f(x_m)$ sea igual al de $f(x_n)$, o $x_n = x_m$ en caso contrario.

e) Volver a b) y si el valor $|x_p - x_n| < \epsilon$ imprimir el valor aproximado de la raiz x_m.

Hallar raíces de los siguientes polinomios, buscando x_n y x_p iniciales graficando con *gnuplot*.

i) $f(x) = x^3 + x^2 - 37x + 33$

ii) $f(x) = x^2 - \sin x$

6. Aproximación de raíces por Método Regula Falsi

El método de la Regula Falsi permite calcular las raíces, mediante la fórmula:

$$x_{n+1} = \frac{f(x_n) * x_{n-1} - f(x_{n-1}) * x_n}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

siendo x_{n+1} la raíz en la iteración $n-1$.

Escribir un programa para encontrar las raíces de $f(x) = \cosh(x) - 2x$, con un error $\epsilon < 0.0001$ ($|x_{n-1} - x_n| < \epsilon$).

Hallar los dos puntos iniciales de arranque graficando. Imprimir el valor de la raíz y la cantidad de iteraciones en cada caso (con formato).

7. Rehacer el ejercicio 3 de la Práctica 3, si el vector B se halla guardado en el archivo **p3e3in.dat**.

8. Rehacer el ejercicio 4 de la Práctica 3, si la matriz $A^{n\times m}$ se halla guardada en el archivo **p3e4in.dat**.

9. Rehacer el ejercicio 5 de la Práctica 3, si la matriz $KA(N,N)$ debe leerse del archivo **p3e5in.dat**.

10. Rehacer el ejercicio 6 de la Práctica 3, leyendo los valores $f(i)$ del archivo **p3e6in.dat**.