

Electromagnetismo - CURSO 2015
Práctica N° 9

57- Sean \vec{A} y Φ las soluciones retardadas de las ecuaciones diferenciales dadas por:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} &= -\mu_0 \vec{J} \\ \nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} &= -\frac{\rho}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

Verifique que si \vec{A} y Φ cumplen la condición de Lorentz,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$

entonces, ρ y \vec{J} satisfacen la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

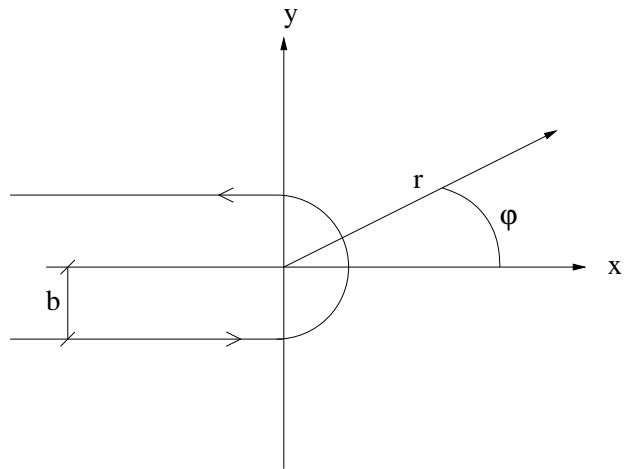
58- Considere un circuito cerrado sobre cierta curva arbitraria C , por el que circula una corriente variable con el tiempo $I(t)$. Verifique que una generalización de la ley de Biot-Savart para corrientes dependientes del tiempo tiene la forma siguiente:

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_1(\vec{r}, t) + \vec{B}_2(\vec{r}, t)$$

donde

$$\begin{aligned}\vec{B}_1(\vec{r}, t) &= k' \int_C \frac{I(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d\vec{l} \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \\ \vec{B}_2(\vec{r}, t) &= \frac{k'}{c} \int_C \frac{\partial I(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{\partial t} \frac{d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}\end{aligned}$$

- 59-** Una esfera posee una distribución de carga esféricamente simétrica, y oscila en forma radial manteniendo permanentemente su simetría.
- Muestre que este sistema no irradia.
 - Calcule los campos eléctrico y magnético en puntos exteriores al máximo radio de la esfera.
- 60-** Un anillo cuya densidad de carga varía con el coseno del ángulo, rota con velocidad angular ω constante alrededor de un eje perpendicular al plano del anillo.
- Calcule el potencial vector en zonas lejanas en la aproximación dipolar.
 - Derive los campos eléctrico y magnético en dicha región.
 - Calcule la potencia media irradiada por unidad de ángulo sólido como función de la dirección.
- 61-** Determine los campos cercanos en el entorno de una antena dipolar. Analice las condiciones bajo las cuales es válida la aproximación.
- 62-** Una partícula de carga q se mueve en una órbita circular de radio R_0 con frecuencia angular ω constante ($\omega R_0 \ll c$).
- Calcule los campos de radiación en regiones cuya distancia al centro de la órbita es mucho mayor que el radio de la misma.
 - Calcule las potencias instantánea y promedio emitidas por unidad de ángulo sólido.
 - Grafique los lóbulos de radiación correspondientes al promedio temporal de la potencia emitida por unidad de ángulo sólido.
- 63-** Tres cargas están ubicadas a lo largo del eje z : una carga $2q$ se encuentra en el origen y dos cargas $(-q)$ en $z = \pm l \cos(\omega t)$. Desarrollando los campos de radiación hasta términos lineales en v/c y considerando $|r| \gg l$, obtener la potencia emitida por unidad de ángulo sólido y la potencia total irradiada. Grafique.
- 64-** Una partícula de carga q realiza en el plano $z = 0$ un movimiento rectilíneo uniforme con velocidad v en la dirección x hasta el punto $x = 0, y = -b$, en que es acelerada hacia el origen realizando un movimiento circular uniforme de radio b y con igual módulo de la velocidad que en el primer tramo. Después de recorrer media circunferencia deja de estar acelerada y continúa en movimiento rectilíneo. A $t = 0$ pasa por $y = 0$.



Obtener los campos de radiación en un punto \vec{r} sobre el plano de la trayectoria y en un instante t . Suponer $r \gg b$ y $v \ll c$. Hallar la energía por unidad de ángulo sólido recibida en puntos de ese plano. Indicar claramente el intervalo de tiempo en el que llega radiación al punto \vec{r} .