

Electromagnetismo - CURSO 2015
Práctica N° 8

- 47- Un pulso electromagnético se propaga en el vacío en la dirección positiva del eje z . En el instante $t = 0$ el campo eléctrico está dado por

$$E_y = E_0 \exp[-(z^2/2\delta^2)]$$

$$E_x = E_z = 0$$

donde δ es un parámetro. Hallar la función que describe las amplitudes del desarrollo en ondas monocromáticas. Calcule los campos eléctrico y de inducción magnética en cualquier instante y el vector de Poynting como función de la posición y del tiempo.

- 48- Consideremos dos funciones periódicas en el tiempo dadas por

$$A(\vec{r}, t) = A_0(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

$$B(\vec{r}, t) = B_0(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

donde $A_0(\vec{r})$ y $B_0(\vec{r})$ son funciones complejas arbitrarias. Pruebe que el promedio temporal del producto de estas funciones definido del modo usual, viene dado por

$$\langle A.B \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}(A)\text{Re}(B)dt = \frac{1}{2} \text{Re}[A.B^*] = \frac{1}{2} \text{Re}[A_0.B_0^*]$$

- 49- Consideremos una onda electromagnética plana, monocromática que se propaga a lo largo del eje z . Una descripción matemática general de la polarización puede construirse a partir de campos de la forma siguiente

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp[i(k_z z - \omega t)]$$

donde \vec{E}_0 es perpendicular al eje z y sus componentes son constantes complejas con módulos $|E_x^0|$ y $|E_y^0|$ y fases δ_x y δ_y , respectivamente.

- a) Verifique que en general las componentes del campo eléctrico se relacionan en cada punto de la siguiente manera

$$\left(\frac{\text{Re}(E_x)}{|E_x^0|} \right)^2 + \left(\frac{\text{Re}(E_y)}{|E_y^0|} \right)^2 -$$

$$2 \frac{\text{Re}(E_x)\text{Re}(E_y)}{|E_x^0||E_y^0|} (\sin(\delta_x) \cdot \sin(\delta_y) + \cos(\delta_x) \cdot \cos(\delta_y)) = \sin^2(\delta_y - \delta_x)$$

- b) Encuentre las combinaciones de amplitudes y fases que llevan a que los vectores eléctricos en cada punto describan una recta, una circunferencia, o una elipse.
- 50-** Una onda plana monocromática de frecuencia ω incide en una interface vacío-dieléctrico ($z=0$) formando un ángulo θ con la normal. Dicha onda está polarizada con la inducción magnética \vec{B} perpendicular al plano de incidencia (modo transverso magnético).
- a) Obtenga las ondas reflejada y transmitida.
- b) Considere la interfaz plana entre dos medios dieléctricos, cuyas permitividades respectivas son ϵ_1 y ϵ_2 respectivamente. Determine la reflectancia y la transmitancia como funciones del ángulo de incidencia .
- c) Calcule el ángulo θ para el cual se anula el coeficiente de reflexión (ángulo de Brewster).
- d) Pruebe que en las condiciones del punto b el ángulo de incidencia y el ángulo de refracción son complementarios.
- 51-** Una onda plana monocromática de frecuencia ω incide en una interface dieléctrico-vacío ($z=0$) formando un ángulo θ con la normal. Dicha onda está polarizada con el campo eléctrico \vec{E} perpendicular al plano de incidencia (modo transverso eléctrico).
- a) Calcular los campos de las ondas incidente, reflejada y transmitida.
- b) Analizar en particular el caso $\theta > \theta_C = \arcsen(\epsilon_0/\epsilon)^{1/2}$.
- c) Obtener $\langle S_z \rangle$ para las tres ondas y mostrar que $\langle S_z^i \rangle = |\langle S_z^r \rangle| + \langle S_z^t \rangle$.
Suponer que el dieléctrico tiene $\mu = \mu_0$.
- 52-** Considere una lámina de vidrio de caras paralelas, tal que una de sus caras se encuentra en contacto con agua y la otra con vacío. Una onda electromagnética plana linealmente polarizada, incide desde el vacío en dirección perpendicular a las superficies del vidrio. Si la amplitud de oscilación del campo eléctrico de la onda incidente es E_0 y su frecuencia angular es ω , determine los campos eléctrico y magnético en todas partes.
- 53-** Sobre la superficie plana de un conductor ideal se deposita una lámina dieléctrica de espesor d y permitividad ϵ . Determine el campo electromagnético en todas partes cuando una onda monocromática linealmente polarizada incide sobre la lámina en forma perpendicular.

- 54- Calcule en forma aproximada la resistencia por unidad de longitud para corriente alterna de frecuencia ω de un conductor cilíndrico rectilíneo de radio a , conductividad σ y permitividad ϵ (con $\sigma/(\epsilon\omega) \gg 1$). Suponga que a es mucho mayor que la longitud de penetración δ .
- 55- Los submarinos podrían ser detectados por radares ? (Obviamente, trate el caso no trivial en que el submarino está sumergido)
- 56- Un plasma se encuentra totalmente ionizado. Esto significa que cada átomo que lo compone ha cedido, por ejemplo, un electrón; el conjunto de todos estos electrones y los iones positivos correspondientes puede pensarse como una mezcla de fluidos de cargas negativas y positivas, respectivamente. Para este caso, un modelo simplificado para la permitividad eléctrica viene dado por

$$\epsilon(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2$$

donde la frecuencia de plasma ω_p está dada por

$$\omega_p^2 = \frac{N_e e^2}{\epsilon_0 m}$$

siendo m la masa del electrón y N_e la densidad volumétrica de electrones.

- a) ¿Para que frecuencias hay transmisión de ondas electromagnéticas?
- b) Calcular el índice de refracción $n(\omega)$, la velocidad de fase y la velocidad de grupo.