

Análisis de Señales

Preguntas Claves – Clase 5

Transformada discreta de Fourier

Repasemos brevemente algunos de los conceptos que hemos aprendido hasta ahora: Cuando excitamos un sistema lineal e invariante SLI con una secuencia impulso unitario δ_n obtenemos lo que se denominama la respuesta impulsiva del SLI $h_n = S\{\delta_n\}$. Cuando excitamos un SLI con una señal x_n obtenemos el producto de convolución de la señal de entrada con la respuesta impulsiva del SLI $y_n = S\{x_n\} = x_n * h_n = \sum_k x_k h_{n-k}$.

Definimos a la transformada Z de una secuencia x_n de longitud N , como el polinomio de grado

$$N-1 \text{ en } Z: X(Z) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n Z^n.$$

El teorema de convolución nos dice que: convolucionar en el dominio del tiempo es equivalente a multiplicar en el dominio de la transformada Z: $x_n * h_n \Leftrightarrow X(Z)H(Z)$.

Definimos a la respuesta en frecuencia $X(\omega)$, como la transformada Z evaluada sobre el círculo unidad, en $Z = e^{-i\omega}$, es decir $X(\omega) = X(Z = e^{-i\omega})$. La definición de la respuesta en frecuencia nos permitió expresar el teorema de convolución del siguiente modo: convolucionar en el dominio del tiempo es equivalente a multiplicar en el dominio de la respuesta en frecuencia

$$x_n * h_n \Leftrightarrow X(\omega)H(\omega)$$

La respuesta en frecuencia $X(\omega)$, es función definida en un dominio continuo, periódica, de período 2π . Interpretamos a la respuesta en frecuencia como la trasformada de Fourier de una secuencia discreta, y su transformada inversa de Fourier está dada por:

$$x_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) e^{i\omega n} d\omega$$

Respondamos las siguientes preguntas correspondientes a temas de la clase 5:

1. ¿Cómo definimos la transformada discreta de Foutier?
2. ¿Como definimos la transformada discreta inversa de Fourier?
3. ¿Cómo expresa el teorema de corrimiento en fase en el dominio discreto de las frecuencias?
4. ¿Cuál es la consecuencia en el dominio del tiempo de discretizar en el dominio de las frecuencias?
5. ¿Qué consecuencia tiene para el teorema de convolución el haber discretizado en en dominio de las frecuencias?
6. Dada una secuencia x_n ¿cómo se la puede descomponer como la suma de una señal par x_n^p más una señal impar x_n^i ?
7. ¿Que sucede en el dominio de Fourier con la componente par y con la componente impar de una señal?
8. ¿Qué propiedad debe cumplir en el dominio de Fourier una señal que es real en el dominio del tiempo?
9. ¿Como se define la energía de una secuencia?
10. ¿Qué dice el teorema de Parseval?
11. ¿Qué sucede con el espectro de amplitud y con el espectro de fase de una señal $x_n = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_{N-1})$ cuando la conjugamos, la revertimos en tiempo y la adelantamos $N-1$ muestras $x_{-n}^* = (x_{N-1}, x_{N-2}, \dots, x_2, x_1, x_0)$?
12. ¿Cómo definimos la operación de correlación cruzada $\phi_{ab}(\tau)$ entre dos señales a_n y b_n ? ¿A qué es igual el espectro de amplitud y el de fase de la correlación cruzada $\phi_{ab}(\tau)$?