

Análisis de Señales

Preguntas Claves – Clase 3

Respuesta en Frecuencia de los SLI

1. ¿Porqué decimos que la función exponencial compleja $x_n = \exp(i\omega n)$ es una función propia de los SLI (Sistemas Lineales e Invariantes)?
¿Cuál es el valor propio asociado a la función exponencial compleja para un SLI de respuesta impulsiva h_n ? ¿Qué nombre se le da a este valor propio?
2. ¿Cuáles son las propiedades de la respuesta en frecuencia $H(\omega)$ de un SLI?
3. ¿Qué relación existe entre la respuesta en frecuencia de un SLI y la transformada Z de su respuesta impulsiva h_n ?
4. ¿Cómo definimos la respuesta en frecuencia de una señal x_n ?
5. ¿Qué relación existe entre la respuesta en frecuencia $X(\omega)$ de una señal x_n y su transformada Z $X(Z)$?
6. ¿Cómo se expresa el teorema de convolución en el dominio de la respuesta en frecuencia o simplemente dominio de las frecuencias?
7. Calcule las respuestas en frecuencia de los siguientes filtros de tres puntos:

$$h_n = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$$

$$h_n = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right)$$

¿Qué sucederá si excitamos a estos SLI con una señal x_n que tenga un amplio contenido en frecuencias?

$$X(\omega) \neq 0 \quad \text{para} \quad -\pi < \omega < \pi$$

8. En general las respuestas en frecuencias, ya sean de señales o de respuestas impulsivas, tomarán valores complejos. En la jerga de análisis de señales ¿Cómo le llamaremos al módulo y al argumento de las respuestas en frecuencia?
9. ¿Cuál es la respuesta en frecuencia del operador exacto de derivación? ¿Qué modificación introduce en el espectro de amplitud y en el espectro de fase de una señal este operador exacto de derivación?
10. ¿Es posible aplicar el operador exacto de derivación en el dominio de los tiempos discretos?
11. Un método para obtener una solución aproximada de la derivación en el dominio de los tiempos discretos es mediante las diferencias de primer orden. Las diferencias de primer orden pueden ser: centrales, hacia adelante o hacia atrás. Calcule la respuesta en frecuencia de la diferencia de primer orden hacia adelante. Compare la respuesta en frecuencia del operador exacto de integración con la respuesta en frecuencia de la diferencia de primer

orden hacia adelante. ¿Para que intervalos de frecuencias la diferencia de primer orden me dará una solución aproximada aceptable del valor exacto de derivación? ¿Qué sucederá con el espectro de fase de esta solución aproximada?

12. ¿Cuál es la respuesta en frecuencia del operador exacto de integración? ¿Qué modificación introduce en el espectro de amplitud y en el espectro de fase de una señal este operador exacto de derivación?
13. ¿Es posible aplicar el operador exacto de derivación en el dominio de las frecuencias?
14. Un método para obtener una solución aproximada de la integración en el dominio de los tiempos discretos está definido por la regla del trapecioide. Calcule la respuesta en frecuencia de la regla del trapecioide. Compare la respuesta en frecuencia del operador exacto de integración con la respuesta en frecuencia de la regla del trapecioide. ¿Para que intervalos de frecuencias la regla del trapecioide me dará una solución aproximada aceptable del valor exacto de la integración?
15. Un método para aproximar las operaciones de derivación e integración en el dominio discreto de los tiempos es conocido como transformación bilineal. En el caso de la integración la transformación bilineal no es mas que la regla del trapecioide. ¿Podría dar una explicación sencilla de lo que hace la transformación bilineal en el caso de la derivación? No se pierda en los detalles matemáticos, vaya directamente a la expresión:

$$y_{n-\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{2}(y_n + y_{n-1}) = x_n - x_{n-1}$$

Compare las transformadas Z de las transformaciones bilineales directa e inversa. ¿Qué relación existe entre ellas?

16. ¿Cuales son las propiedades de la transformación bilineal que la hacen tan conveniente a la hora de aproximar una ecuación diferencial como una ecuación de diferencias utilizando esta aproximación?