

Análisis de Señales

Preguntas Claves – Clase 2

Transformada Z

1. Dada una señal $x_n = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_{N-1})$ de longitud N.
¿Cómo define su transformada Z, $TZ\{x_n\} = X(Z)$?
2. Si retrasamos una señal x_n en k muestras en el dominio del tiempo.
¿Cómo se manifiesta este retardo en tiempo en el dominio de la transformada Z?
3. Si convolucionamos dos señales a_n y b_n , de longitud N y M respectivamente, en el dominio del tiempo. ¿Cómo se expresa esta operación en el dominio de la transformada Z?
Explique brevemente porqué.
4. ¿Qué dice el teorema de convolución?
5. Si factorizo un polinomio $C(Z)$ de grado $N+M-2$ en el dominio de la transformada Z, como el producto de dos polinomios $A(Z)$ y $B(Z)$, de grado $N-1$ y $M-1$ respectivamente. ¿Cómo se expresa esta operación en el dominio del tiempo?
6. ¿Qué dice el teorema fundamental del álgebra?
7. ¿Qué relación deben cumplir las raíces de un polinomio de coeficientes reales?
8. ¿Qué sucede con las raíces de un polinomio de coeficientes reales si revierto el orden de sus coeficientes?
9. ¿Qué es una cupla o dipolo?
10. Dada la transformada Z de una señal de longitud N. La factorizo como el producto de $N-1$ polinomios de grado 1, más un factor de escala.
¿Qué debería obtener del polinomio para poder hacer esta factorización?
¿Cómo se expresa esta operación en el dominio del tiempo?
11. Dada la respuesta impulsiva de un sistema lineal e invariante h_n , y la respuesta impulsiva de su sistema inverso h_n^{-1} . ¿Cuál sería la transformada Z de la siguiente operación?
$$h_n * h_n^{-1} = \delta_n$$

¿Qué relación existe entre las transformadas Z de h_n y h_n^{-1} ?
12. Haciendo uso de la transformada Z inversa, exprese el operador inverso de una cupla o dipolo como un filtro AR de orden 1.
13. ¿Cuándo diremos que una cupla o dipolo es de fase mínima y cuando diremos que es de fase máxima?
14. Utilice la serie geométrica para expresar la transformada Z de la inversa de una cupla o dipolo como un desarrollo en serie de potencias positivas de Z. Repita el desarrollo en serie pero ahora en serie de potencias negativas de Z. ¿En qué caso la inversa de un dipolo será causal y estable? ¿En qué caso la inversa del dipolo será anticausal y estable?
15. Generalice el concepto de fase mínima y de fase máxima para una señal de longitud arbitraria. ¿Cómo serán sus inversas estables?
16. ¿Cuándo diremos que una señal es de fase mixta? ¿Cómo deberá ser su inversa para ser estable?
17. La forma más general de expresar la transformada Z de un sistema lineal e invariante es como fracciones racionales de polinomios $S(Z) = A(Z)/B(Z)$. ¿Dónde deben estar los ceros y los polos de $S(Z)$ para que el sistema sea causal y estable? ¿Dónde deben estar los ceros y los polos para que el sistema sea causal estable y de fase mínima?
18. ¿Qué relación existe entre los sistemas de fase mínima y los sistemas físicos realizables e invertibles? ¿Porqué?