

Trabajo Práctico N° 6 - Respuestas

Discretización de una señal analógica

1) a) Para el caso (a):

$$\begin{aligned}\Delta T \rightarrow 0 &\implies f(t) \rightarrow \delta(t) \wedge F(\Omega) \rightarrow 1 \\ \Delta T \rightarrow \infty &\implies f(t) \rightarrow 1 \wedge F(\Omega) \rightarrow \delta(t).\end{aligned}$$

b) A menor ΔT , más ancho el lóbulo central del seno cardinal.
A mayor ΔT , más angosto el lóbulo central del seno cardinal.

2) a) –

b) Las componentes espectrales de la serie de Fourier (los c_k) permiten sintetizar a la función cajón como una combinación lineal de cosinusoides en el dominio del tiempo. Cada c_k está asociado a una frecuencia. A mayor k , mayor frecuencia del término de aproximación. Se observa que los c_k no son otra cosa que muestras equiespaciadas de la transformada integral de Fourier de la función cajón: el seno cardinal.

A mayor cantidad de términos, mejor es la aproximación de la función cajón. Sin embargo, existe un efecto de rizado (*ripple*) que no se puede evitar por más componentes en frecuencia que se tomen (*fenómeno de Gibbs*).

3) La transformada de Fourier $X_d(\Omega)$ de la señal discretizada a partir de la función peine, $x_a(t) \times p(t)$, resulta ser la suma infinita de transformadas de Fourier $X_a(\Omega)$ de la función continua espaciadas cada $\frac{2\pi}{\Delta t}$.

En otras palabras, el muestreo en el dominio del tiempo, representado matemáticamente por la multiplicación por la función peine, genera periodicidad en el dominio de la frecuencia, con las réplicas espaciadas en $\frac{2\pi}{\Delta t}$.

4) (Siguiendo página):



Tipos de transformadas de Fourier según los dominios de tiempo y frecuencia sean continuos o discretos:

Tiempo	Frecuencia
Continuo Transformada integral inversa de Fourier: $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\Omega) e^{+i\Omega t} d\Omega$	Continuo Transformada integral de Fourier: $F(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\Omega t} dt$
Continuo Serie (síntesis) de Fourier: $f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{+i\frac{2\pi}{T} k t}$	Discreto Coeficientes de Fourier: $c_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(t) e^{-i\frac{2\pi}{T} k t} dt, \quad k \in \mathbb{Z}$
Discreto Respuesta impulsiva: $h_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} F(\Omega) e^{+i\Omega n} d\Omega$	Continuo Respuesta en frecuencia: $H(\omega) = \sum_n h_n e^{-i\omega n}$
Discreto Transformada discreta inversa de Fourier: $h_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_k e^{+i\frac{2\pi}{N} k n}, \quad n = 0, \dots, N-1$	Discreto Transformada discreta de Fourier: $H_k = \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{-i\frac{2\pi}{N} k n}, \quad k = 0, \dots, N-1$