# Trabajo Práctico N°1

## Señales y sistemas

**1)** Defina un intervalo de muestro $\Delta t$ cualquiera. Escriba un código `GNU-OCTAVE` para graficar los valores que resultan de digitalizar unos pocos períodos de sinusoides con distintas frecuencias comprendidas en el rango $[0, f_s]$, donde $f_s$ es la frecuencia de muestreo ($f_s = 1/\Delta t$). ¿Para cuáles frecuencias observa que está bien muestreada la señal y para cuáles no?

**2)** Un conversor analógico/digital (A/D) digitaliza señales con una frecuencia de muestreo de 10 KHz. Calcule la frecuencia de Nyquist. ¿Con qué frecuencia confundirá una señal de 11 KHz? ¿Y una de 9 KHz?.

**3)** Para digitalizar una señal que contiene frecuencias entre 20 Hz y 20 KHz, ¿cuál es la frecuencia angular de muestreo mínima que debería utilizarse?

**4)** El rango dinámico (RD) se define como el cociente entre el valor máximo y el valor mínimo que se puede leer y grabar con cierto instrumento. Para el caso de señales digitales, la unidad mínima de información para almacenar un número es el dígito binario (*bit*). Por lo tanto, si se dispone de $n$ bits para cada muestra, el rango dinámico en decibeles está dado por:

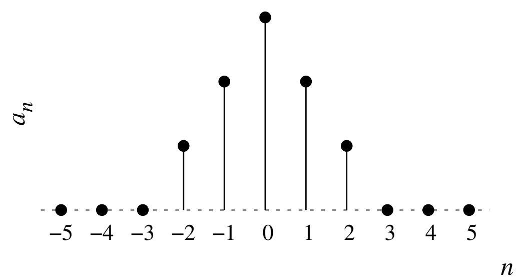
$$RD[dB] = 20\log_{10}\left(\frac{A_{\text{máx}}}{A_{\text{mín}}}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{2^n}{1}\right)$$

**a)** Si se quiere grabar música estéreo en formato digital con un *rango dinámico* de al menos 96 dB, ¿cuántos bytes se necesitan para cada muestras? *Nota*: 1 byte= 8 bits.

**b)** Asuma que la frecuencia máxima que contiene la música es de 20 KHz. ¿Cuál es el intervalo de muestreo máximo que se debe utilizar?

**c)** ¿Cuántos bytes se necesitarán para grabar 3 minutos de música utilizando el intervalo de muestreo máximo?

**5)** Dada la secuencia discreta $a_n$, represente gráficamente $a_{n+1}, a_{n-1}, a_{n+k}$, y $a_{n-k}$ con $k \in \mathbb{N}$.



**6)** Dadas $a_t = (\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ y $b_t = (4, -2, 1)$, calcule la convolución $a_t * b_t$ a partir de pensar la convolución como la suma dada por su definición:

$$c_t = a_t * b_t = \sum_k a_k \, b_{t-k} \, , \tag{1}$$

es decir, $c_t = a_0 \, b_t + a_1 \, b_{t-1} + a_2 \, b_{t-2}$. Compruebe el resultado obtenido mediante el *método de la grilla.*

**7)** Calcule la convolución entre la ondícula `wavelet` suministrada en la página web de la materia y las siguientes series mediante un código `GNU-OCTAVE`. Grafique la ondícula, las series y las convoluciones. Analice el efecto de las distintas convoluciones.

$$\begin{aligned} a_t &= (+1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ b_t &= (0, 0, 0, 0, +1, 0, 0, 0) \\ c_t &= (1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ d_t &= (0, 0, 0, 0, 1, -1, 0, 0) \end{aligned}$$

**8)** Calcule la convolución entre $(i, -1, 1, 2)$ y $(1, 3, 2, -1)$ como:

**a)** El producto entre la matriz de convolución correspondiente a la primer secuencia y el vector columna correspondiente a la segunda secuencia.

**b)** El método de la grilla

**c)** Un código de `GNU-OCTAVE`.

✓**9)** Utilice el código `GNU-OCTAVE` provisto en la página web de la cátedra para generar tres sinusoides de amplitud unitaria, fase inicial cero, y frecuencias de 30 Hz, 530 Hz y 470 Hz, respectivamente, tomando muestras entre 0 ms y 50 ms con un intervalo de muestreo $\Delta t = 2$ ms.

**a)** Interprete el código y los gráficos generados.

**b)** Digitalice ahora la señal de 470 Hz con $\Delta t = 0{,}1$ ms y superponga en el gráfico la misma señal digitalizada a 2 ms. Explique el fenómeno de *aliasing* a partir de esta nueva figura.

## Sistemas lineales e invariantes

**10)** La derivada puede ser aproximada por la diferencia de primer orden hacia adelante:

$$\frac{dx}{dt} \simeq \frac{x_{t+1} - x_t}{\Delta t} = \frac{\Delta x_t}{\Delta t}.$$

Utilizando la diferencia de primer orden hacia adelante dos veces, halle la expresión para la diferencia de segundo orden hacia adelante.

**11)** Use la diferencia de segundo orden del problema anterior para escribir la ecuación de diferencias que aproxima a la siguiente ecuación diferencial (para simplificar, considere $\Delta t = 1$):

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3y = x(t).$$

Identifique en la ecuación la parte *auto regresiva* (AR) y la parte de *promediación móvil* (MA) del sistema.

**12)** Las cuatro operaciones digitales elementales de adición, multiplicación por un coeficiente constante, retardo y adelanto, pueden representarse en un diagrama de flujo esquemáticamente como se muestra en la Figura 1. Dibuje un diagrama de flujo para implementar la ecuación de diferencias del problema anterior e identifique la parte AR y la parte MA del sistema.

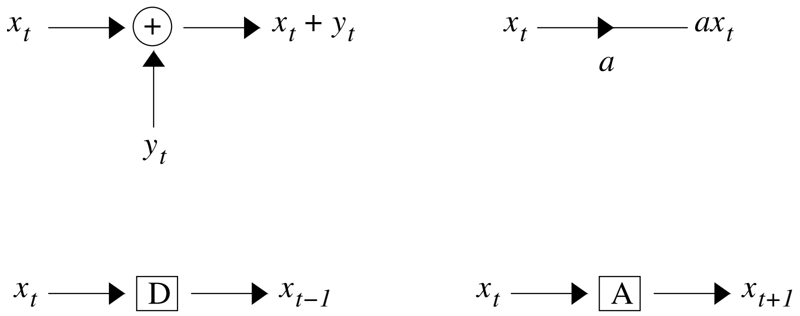



Figura 1: Diagramas de flujo para operaciones digitales elementales.

✓**13)** Cualquier esquema de interpolación debe hacer alguna suposición sobre el dato faltante. Si asumimos que el dato se comporta localmente como un polinomio de tercer orden, entonces la diferencia de cuarto orden debería anularse. Utilice dicha diferencia para encontrar un operador que interpole el punto central a partir de sus cuatro puntos vecinos, dos de cada lado.

## Preguntas claves

**I)** ¿Qué condición debe satisfacer una señal para ser digitalizada sin pérdida de información?

**II)** ¿Qué es la frecuencia de muestreo? ¿Qué entiende por *aliasing*? ¿Qué es la frecuencia de Nyquist? ¿Cuál es la expresión de la frecuencia de Nyquist $f_N$, la frecuencia angular de Nyquist $\Omega_N$, la frecuencia digital de Nyquist $\mathsf{f}_N$ y la frecuencia angular digital de Nyquist $\omega_N$?

**III)** ¿Qué son el decibel (dB) y el rango dinámico de una señal analógica?

**IV)** ¿Cómo queda completamente definido un sistema lineal e invariante? ¿Cuál es la operación que relaciona en el tiempo la entrada y la salida de dicho sistema?