Trabajo Práctico Nº 1

Señales y sistemas

1) Utilice el código en `Julia` provisto en la página web de la cátedra para generar tres sinusoides de amplitud unitaria, fase inicial cero, y frecuencias de 1 Hz, 11 Hz y 9 Hz, respectivamente, tomando muestras entre 0 y 3 s con un intervalo de muestreo $\Delta t = 0.1$ s.

a) Interprete el código y los gráficos generados.

b) Digitalice ahora la señal de 9 Hz con $\Delta t = 5$ ms y superponga en el gráfico la misma señal digitalizada a 0.1 s. Explique el fenómeno de *aliasing* a partir de esta nueva figura.

2) Para digitalizar una señal que contiene frecuencias entre 20 Hz y 20 KHz, ¿cuál es la frecuencia angular de muestreo mínima que debería utilizarse?

3) Un conversor analógico/digital (A/D) digitaliza señales con una frecuencia de muestreo de 10 KHz.Calcule la frecuencia de Nyquist. ¿Con qué frecuencia confundirá una señal de 11 KHz? ¿Y una de 9 KHz?

4) El rango dinámico (RD) se define como el cociente entre el valor máximo y el valor mínimo que se puede leer y grabar con cierto instrumento. Para el caso de señales digitales, la unidad mínima de información para almacenar un número es el dígito binario (*bit*). Por lo tanto, si se dispone de n bits para cada muestra, el rango dinámico en decibeles está dado por:

$$RD[dB] = 20\log_{10}\left(\frac{A_{\text{máx}}}{A_{\text{mín}}}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{2^n}{1}\right)$$

a) Si se quiere grabar música estéreo en formato digital con un *rango dinámico* de al menos 96 dB, ¿cuántos bytes se necesitan para cada muestras? *Nota*: 1 byte= 8 bits.

b) Asuma que la frecuencia máxima que contiene la música es de 20 KHz. ¿Cuál es el intervalo de muestreo máximo que se debe utilizar?

c) ¿Cuántos bytes se necesitarán para grabar 3 minutos de música utilizando el intervalo de muestreo máximo?

5) Dadas $a_t = (\frac{1}{4}, \underline{\frac{1}{2}}, \frac{1}{4})$ y $b_t = (\underline{4}, -2, 1)$, calcule la convolución $a_t * b_t$ a partir de pensar la convolución como la suma dada por su definición:

$$c_t = a_t * b_t = \sum_k a_k\, b_{t-k}\,, \tag{1}$$

Compruebe el resultado obtenido mediante el *método de la grilla*.

6) Calcule la convolución entre $a_n = (\underline{1}, 1, 1, 1)$ y $b_n = (\underline{1}, 2, 3, 4)$ como:

a) El producto entre la matriz de convolución correspondiente a la primer secuencia y el vector columna correspondiente a la segunda secuencia.

b) El método de la grilla.

c) Un código de `Julia`.

Sistemas lineales e invariantes

7) La derivada puede ser aproximada por la diferencia de primer orden hacia adelante:

$$\frac{dx}{dt} \simeq \frac{x_{t+1} - x_t}{\Delta t} = \frac{\Delta x_t}{\Delta t}.$$

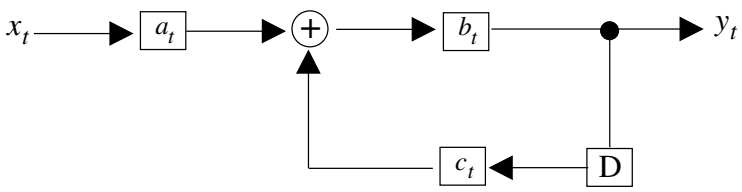
Utilizando la diferencia de primer orden hacia adelante dos veces, halle la expresión para la diferencia de segundo orden hacia adelante.

8) Use la diferencia de segundo orden del problema anterior para escribir la ecuación de diferencias que aproxima a la siguiente ecuación diferencial (para simplificar, considere $\Delta t = 1$):

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3y = x(t).$$

Dibuje un diagrama de flujo para implementar la ecuación aproximada e identifique la parte *auto regresiva* (AR) y la parte de *promediación móvil* (MA) en la ecuación y en el sistema.

►**9)** Dado el siguiente sistema lineal e invariante en el tiempo:



a) Escriba la ecuación convolucional que representa el sistema en tiempo e identifique las partes MA y AR en el gráfico y en la expresión del sistema.

b) Calcule la función de transferencia en tiempo considerando que:

$$\begin{cases} a_t = (\underline{-4},\ 0,\ 1) \\ b_t = (\underline{1}) \\ c_t = (\underline{-0.5}) \end{cases}$$