

Trabajo Práctico N° 4

Ecuaciones de conservación

1. a. *Ecuación de balance hidrostático*: considerando la conservación del momento en la dirección vertical, demostrar la igualdad en la siguiente expresión:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

A escala sinóptica, ¿este balance es una condición “realista”? Justificar.

- b. *Ecuación hipsométrica*: considerando balance hidrostático y que el aire es un gas ideal, demostrar que el espesor Δz de una columna de aire entre dos isobaras (a presiones p_1 y p_2) es proporcional a la temperatura virtual media en la capa T_V (promedio pesado por la presión) mediante la siguiente expresión:

$$\Delta z = z_2 - z_1 = \frac{R_d \bar{T}_V}{g} \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

2. Asumiendo condiciones de balance hidrostático determinar a qué altura del suelo la presión llegaría a cero si la atmósfera tuviera densidad y temperatura constante, para el caso en que en superficie la presión es 1000 hPa y la temperatura es 26°C.
3. En una determinada estación se sabe que la capa 850-700 hPa tiene una temperatura media de -2°C. ¿Cuál será el espesor de la capa en metros geopotenciales (m_{gp})?
4. Suponer que en La Plata la temperatura disminuye a una tasa constante entre los niveles de 1000 a 500 hPa. Si la temperatura en el nivel de 500 hPa es -30°C, y el espesor de la capa 1000-500 hPa es 5180m, ¿qué temperatura debería registrarse en la FCAG en el nivel de 1000 hPa?
5. Considerar una columna de aire de 1 m² de área en la capa 1000-850 hPa que está sujeta a un calentamiento $Q = 3 \times 10^6$ J. Se sabe que la cantidad de calor por unidad de masa agregado a la columna es igual al producto entre el calor específico del aire a presión constante ($c_p = 1004$ J K⁻¹kg⁻¹) y la variación de temperatura. Por lo tanto, ¿cuál es la variación en la altura del nivel de 850 hPa si el nivel de 1000 hPa no cambia de posición?
6. Una forma de estudiar la probabilidad de que pueda precipitarse agua congelada es analizar los espesores de la capa 1000-500 hPa. En particular, en los mapas de espesores se presta especial atención a la ubicación de la línea de espesor 5400 m. ¿Por qué se puede considerar razonable este valor de espesor como un criterio para garantizar que el agua puede precipitarse en estado sólido? ¿Qué espesor debería tener la capa 1000-850 hPa para obtenerse el mismo criterio que en el caso anterior?
7. Suponer una parcela del hemisferio norte en movimiento horizontal en equilibrio (sin aceleración) hacia el NE. Realizar un esquema de la velocidad y las fuerzas intervinientes (incluyendo fricción). ¿Cambia para hemisferio sur?

Introducción a la Dinámica de la Atmósfera - 2016

8. En una estación meteorológica el viento en superficie es de 15 m/s dirigido a través de las isóbaras desde alta a baja presión formando un ángulo de 25° con las mismas. Asumiendo que el flujo se encuentra en equilibrio calcular la magnitud del gradiente de presión horizontal y la fuerza de fricción por unidad de masa si la estación está ubicada a una latitud de 40° S y la densidad del aire es 1,3 kg/m³.
9. Asumiendo que la fricción es nula, calcular cuánto es la fuerza de presión registrada en una estación meteorológica a una latitud de 65° S si el viento es del norte y tiene una velocidad de 10 m/s, y su aceleración es de 4 m/s² formado un ángulo de 30° con el eje y (medido desde el norte hacia el este).
10. a. *Ecuación de continuidad*: demostrar que la conservación de la masa de un fluido de densidad variable puede expresarse del siguiente modo (V es el volumen de la parcela):

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

- b. Si se asume que el fluido es incompresible, ¿cómo es la relación entre la divergencia horizontal y el movimiento vertical del aire?
- c. El área del yunque de un cumulonimbus aumenta un 20% durante 10 minutos. Asumiendo que este incremento del área es representativo de la divergencia promedio en la capa 100-300 hPa, cuyo espesor es de 2500 m, y que la velocidad vertical en 100 hPa es despreciable, calcular la velocidad vertical en 300 hPa.
11. En una estación meteorológica se reciben los siguientes datos de viento (dirección y magnitud) desde puntos ubicados a 70 km de distancia en 4 direcciones diferentes:

Ubicación del dato	Magnitud (m/s)	Dirección
Al este	10	E
Al norte	4	SE
Al oeste	8	E
Al sur	4	NE

Si se asume que la atmósfera es incompresible, que está en balance hidrostático, y que la divergencia es constante entre los niveles de 1000 hPa y 850 hPa, ¿cuál será el valor de w en el nivel de 850 hPa si en el de 1000 hPa es nulo? Considerar una densidad de 1,25 kg/m³.

Introducción a la Dinámica de la Atmósfera - 2016

Respuestas

2. 8787 m
3. 15.109 m.g.p.
4. $T_{1000 \text{ hPa}} = 267 \text{ K} = -6 \text{ °C}$
5. $\Delta z_{850} = 9,29 \text{ m}$
6. $\Delta z_{850-1000} = 1266 \text{ m}$
8. $\nabla p = 2,01 \text{ Pa/km}$ / $F_r = 6,53 \times 10^4 \text{ m/s}^2$
9. $F_{gp} = 3,99 \text{ m/s}^2$
10. b. $\nabla \bar{V} = -\partial w / \partial z$
c. $w_{300} = 0,83 \text{ m/s}$
11. $w_{850} = -0,031 \text{ m/s}$

Marco teórico

Conservación del momento (ecuación de movimiento): vincula la aceleración de una parcela con la fuerza de Coriolis, la fuerza debido al gradiente de presión, la gravedad y la fuerza de fricción:

$$\frac{d\bar{U}}{dt} = -2\bar{\Omega} \times \bar{U} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \bar{g} + \bar{F}_r$$

Conservación de masa (ecuación de continuidad): establece el balance de masa del fluido considerando las entradas y salidas. Puede expresarse de dos modos diferentes:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot \bar{U} = 0 \quad (\text{divergencia de velocidad})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{U}) = 0 \quad (\text{divergencia de masa})$$

Ley de gases ideales: vincula la presión en una parcela con su masa y su temperatura:

$$p = \rho R_d T_v$$

donde R_d es la constante de los gases para aire seco ($R_d = 287 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$), y T_v es la temperatura virtual.