Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2015

Trabajo Práctico N° 2

Fuerzas fundamentales y aparentes

1. En un día típico en latitudes medias la densidad del aire a nivel del mar es aproximadamente 1,25 kg/m^3. Considerando un estado de equilibrio hidrostático (es decir, la componente vertical de la fuerza del gradiente de presión es igual a la gravedad), ¿cuál debería ser la diferencia de presión a nivel del mar entre dos puntos distanciados 100 km para que la componente horizontal de la fuerza del gradiente de presión sea igual a la componente vertical? ¿Es posible tener esta situación en la Tierra?

2. En una estación meteorológica se reciben los siguientes datos de presión desde puntos ubicados a 150 km de distancia en 8 direcciones diferentes:

Ubicación del dato	Presión (mb)	Ubicación del dato	Presión (mb)
Al N	1016	Al S	1012
Al NE	1017	Al SO	1012
Al E	1017	Al O	1013
Al SE	1013	Al NO	1014

   Esquematizar la situación y trazar en forma aproximada las isobaras. Determinar el gradiente de presión en la estación y sus componentes zonal y meridional. Si la densidad del aire es 1,25 kg/m^3, ¿cuál será la aceleración que experimentará una parcela de aire en la estación debida a la fuerza del gradiente de presión?

3. Un muchacho ubicado en La Plata (34,9° de latitud sur) arroja una pelota con dirección norte. Si la pelota avanza una distancia de 75 m en 2 s, ¿cómo será la desviación que experimentará por efecto de la rotación terrestre? ¿Cómo cambia el resultado si la pelota es arrojada con dirección este? Repetir el ejercicio asumiendo que el muchacho se encuentra en Oslo (54,9° de latitud norte).

4. Dos pelotas de 4 cm de diámetro se encuentran distanciadas 100 m entre sí (en dirección este-oeste) en una superficie horizontal sin fricción ubicada a 43° de latitud norte. Si las pelotas son arrojadas una hacia la otra con igual velocidad, ¿cuál debería ser esa velocidad para que no se choquen entre sí?

5. Un proyectil se dispara verticalmente hacia arriba a una velocidad w_0 desde un punto sobre la Tierra. Hallar la expresión que describe el desplazamiento experimentado por el proyectil en la dirección x en términos de la latitud φ, la velocidad inicial w_0 y la velocidad angular de rotación terrestre Ω. (Nota: despreciar el término $2\Omega u\cos(\varphi)$ comparado con g).

6. Un satélite ecuatorial geosincrónico es aquel que siempre permanece sobre el mismo punto en la Tierra. Considerando que el radio terrestre es R_T = 6371km, determinar cuál es la altura de su órbita (z). Imaginar que uno de estos satélites está ubicado a 90º de longitud oeste y debe ser reubicado a una longitud de 105º oeste. Determinar si el radio de la órbita debe ser aumentado o disminuido para alcanzar este objetivo.

7. Una parcela de aire sobre Montevideo (φ = - 34,9º) se mueve hacia el este a una altura de 5 km con una velocidad de 20 m/s. Considerando equilibrio hidrostático, calcular cuánto se habrá desviado la parcela y hacia dónde en las cercanías de Punta del Este.

Respuestas

1. Δp = 1226250 Pa
2. ∇p = 1,83 x 10^{-2} mb/km // a_{gp} = 1,46 10^{-3} m/s^2
3. Δx = -0,62 cm (arrojada al norte en LP); Δy = 0,62 cm (arrojada al este en LP)
   Δx = 0,89 cm (arrojada al norte en Oslo); Δy = -0,89 cm (arrojada al este en Oslo)
4. u = 6,2 m/s
5. $x = \frac{4}{3}\frac{\Omega w_0^3}{g^2}\cos(\varphi)$
6. z = 35.793 km
7. Δy = 27,59 km (hacia el norte)

Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2015

Marco teórico

El movimiento del aire en la atmósfera se encuentra dominado por leyes de la física, entre ellas la segunda Ley de Newton. El conjunto de fuerzas consideradas en esta ley que afectan a los objetos aún en la ausencia de movimientos de rotación recibe el nombre de *fuerzas fundamentales*, y las más importantes son la *fuerza del gradiente de presión*, la *aceleración de la gravedad* y la *fuerza de fricción*. Otro grupo de fuerzas lo conforman aquellas que surgen de hacer correcciones por la rotación terrestre, y se denominan *fuerzas aparentes*: la *fuerza centrífuga* y la *fuerza de Coriolis*. Para la mayoría de los casos que veremos en esta materia, las fuerzas de fricción serán prácticamente despreciables. Llamando m a la masa del elemento de fluido y ρ a su densidad, M = 5,976 x 10^{24} kg a la masa de la Tierra y Ω = 7,292 x 10^{-5} s^{-1} a su velocidad angular de rotación, se tiene:

Fuerza del gradiente de presión: la fuerza neta ejercida por unidad de masa debido al gradiente de presión es:

$$\overline{F}_{gp} = \frac{\overline{F_p}}{m} = -\frac{1}{\rho}\nabla p$$

Fuerza de fricción: en esta asignatura no se realizarán cálculos precisos de la fricción pero sí se considerará que siempre se opone al movimiento (es decir, es un vector con su misma dirección, pero sentido contrario). La fuerza de fricción por unidad de masa resultante es (υ es el coeficiente de viscosidad cinemático):

$$\overline{F}_r = \upsilon\left(\Delta u, \Delta v, \Delta w\right)$$

Fuerza de la gravedad: la aceleración gravitacional (sólo debido al efecto de la masa de la Tierra) a una distancia r del centro de la Tierra (G = 6,67 x10^{-11} N m^2/kg^2) es:

$$\overline{g}^* = \frac{\overline{F_g}}{m} = -\frac{GM}{r^2}\left(\frac{\overline{r}}{r}\right)$$

Fuerza centrífuga: es perpendicular al eje respecto del cual rota el elemento de fluido y dirigida en dirección contraria a este eje. La aceleración centrífuga depende de la velocidad angular de rotación (ω) y la distancia al eje (d):

$$\overline{a}_{cen} = \frac{\overline{F_{cen}}}{m} = -\omega^2\overline{d}$$

Gravedad total: en el caso de la Tierra, el efecto de la aceleración centrífuga se suma al de la aceleración gravitacional. Si R es la distancia al eje de rotación terrestre, la aceleración de la gravedad resulta:

$$\overline{g} = \overline{g}^* + \Omega^2\overline{R}$$

Fuerza de Coriolis: llamando $f = 2\Omega sen(\varphi)$ al parámetro de Coriolis (donde φ es la latitud del lugar), puede demostrarse que las aceleraciones de Coriolis en los ejes x, y, z son:

$$\frac{du}{dt} = fv - 2\Omega\cos(\varphi)w \qquad / \qquad \frac{dv}{dt} = -fu \qquad / \qquad \frac{dw}{dt} = 2\Omega\cos(\varphi)u$$