Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2014

Trabajo Práctico N° 2

Fuerzas fundamentales y aparentes

1. En un día típico en latitudes medias la densidad del aire a nivel del mar es aproximadamente 1,25 kg/m^3. Considerando un estado de equilibrio hidrostático, ¿cuál debería ser la diferencia de presión a nivel del mar en una distancia de 100 km para que la componente horizontal de la fuerza del gradiente de presión sea igual a la componente vertical? ¿Es posible tener esta situación en la Tierra?

2. Un jugador de baseball en un estadio ubicado a 30° de latitud en el hemisferio norte arroja una pelota con dirección norte. Si la pelota avanza una distancia de 75 m en 2 s, ¿cuál será la desviación que experimentará por efecto de la rotación terrestre?

3. Un proyectil se dispara verticalmente hacia arriba a una velocidad w_0 desde un punto sobre la Tierra. Hallar la expresión que describe el desplazamiento en la dirección x experimentado por el proyectil en términos de la latitud φ, la velocidad inicial w_0 y la velocidad angular de rotación terrestre Ω.

4. Un satélite ecuatorial geosincrónico es aquel que siempre permanece sobre el mismo punto en la Tierra.
   a. Si el radio terrestre es R_T = 6371km, determinar cuál es la altura de su órbita (z).
   b. Imaginar que un satélite meteorológico geosincrónico ubicado a 90º de longitud oeste debe ser reubicado a una longitud de 105º oeste. Determinar si el radio de la órbita debe ser aumentado o disminuido para alcanzar este objetivo. Si el traslado debe realizarse en un lapso de 3 h, calcular la variación exacta del radio de la órbita durante este lapso.

5. Una parcela de aire sobre Montevideo (φ = - 34,9º) se mueve hacia el este a una altura de 5 km con una velocidad de 20 m/s. Considerando sólo movimiento horizontal, calcular cuánto se desviará la parcela y hacia dónde a la altura de Punta del Este.

6. ¿Hay alguna región en la Tierra en donde el flujo atmosférico pueda ser el resultado de un balance entre la fricción y la fuerza gradiente de presión? Justifique.

7. En algunos casos la atmósfera puede representada según un modelo de aguas poco profundas, como por ejemplo para estudiar la vorticidad. Para analizar este modelo considerar que sobre una mesa rotatoria se encuentra un tanque cilíndrico de radio r_0 que tiene agua en su interior hasta una altura z_0.
   a. Asumiendo que el agua tiene densidad constante (válido para aguas poco profundas), demostrar que la expresión para la componente horizontal de la fuerza del gradiente de presión en función de la profundidad del agua (h) es:
   $$F_{gpx} = -g\frac{\partial h}{\partial x}$$
   siendo g la gravedad.
   b. Suponer que la mesa rotatoria comienza a girar a velocidad angular ω y el sistema alcanza un estado de equilibrio donde la fuerza del gradiente de presión iguala a la fuerza centrífuga. En este estado la superficie del agua describe una superficie parabólica de altura h variable. Hallar la expresión que describe a h como función del radio (r). Luego, expresar $h(r)$ en términos de z_0. (Ayuda: considerar el volumen de fluido en el recipiente).
   c. Si r_0 = 1 m, ¿qué tasa de rotación se requiere para elevar el nivel del agua en el borde del recipiente a $h = 2z_0$?

Respuestas

1. ∂p = 12262,5 hPa
2. x = 5,469 x 10^{-3} m
3. $x = \frac{4}{3}\frac{\Omega w_0^3}{g^2}\cos(\varphi)$
4. a. z = 35.793 km
   b. Debe aumentar el radio de la órbita. Para el caso planteado, el incremento es de 5948 km.
5. Δy = 27,59 km (hacia el norte)
7. b. $h(r) = h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$
   c. $\omega = 2\sqrt{gz_0}$

Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2014

<u>Marco teórico</u>

El movimiento del aire en la atmósfera se encuentra dominado por leyes de la física, entre ellas la segunda Ley de Newton. El conjunto de fuerzas consideradas en esta ley que afectan a los objetos aún en la ausencia de movimientos de rotación recibe el nombre de *fuerzas fundamentales*, y las más importantes son la *fuerza del gradiente de presión*, la *aceleración de la gravedad* y la *fuerza de fricción*. Otro grupo de fuerzas lo conforman aquellas que surgen de hacer correcciones por la rotación terrestre, y se denominan *fuerzas aparentes*: la *fuerza centrífuga* y la *fuerza de Coriolis*. Para la mayoría de los casos que veremos en esta materia, las fuerzas de fricción serán prácticamente despreciables. Llamando m a la masa del elemento de fluido y ρ a su densidad, M = 5,976 x 10^{24} kg a la masa de la Tierra y Ω = 7,292 x 10^{-5} s^{-1} a su velocidad angular de rotación, se tiene:

<u>*Fuerza del gradiente de presión*</u>: la fuerza neta ejercida por unidad de masa debido al gradiente de presión es:

$$\overline{F}_{gp} = \frac{\overline{F_p}}{m} = -\frac{1}{\rho}\nabla p$$

<u>*Fuerza de fricción*</u>: la fricción siempre se opone al movimiento (es decir, es un vector con su misma dirección, pero sentido contrario). La fuerza de fricción por unidad de masa resultante es (υ es el coeficiente de viscosidad cinemático):

$$\overline{F}_r = \upsilon\left(\Delta u, \Delta v, \Delta w\right)$$

<u>*Fuerza de la gravedad*</u>: la aceleración gravitacional (sólo debido al efecto de la masa de la Tierra) a una distancia r del centro de la Tierra (G = 6,67 x10^{-11} N m^2/kg^2) es:

$$\overline{g}^* = \frac{\overline{F_g}}{m} = -\frac{GM}{r^2}\left(\frac{\overline{r}}{r}\right)$$

<u>*Fuerza centrífuga*</u>: es perpendicular al eje respecto del cual rota el elemento de fluido y dirigida en dirección contraria a este eje. La aceleración centrífuga depende de la velocidad angular de rotación (ω) y la distancia al eje (d):

$$\overline{a}_{cen} = \frac{\overline{F_{cen}}}{m} = -\omega^2\overline{d}$$

<u>*Gravedad total*</u>: en el caso de la Tierra, el efecto de la aceleración centrífuga se suma al de la aceleración gravitacional. Si R es la distancia al eje de rotación terrestre, la aceleración de la gravedad resulta:

$$\overline{g} = \overline{g}^* + \Omega^2\overline{R}$$

<u>*Fuerza de Coriolis*</u>: llamando $f = 2\Omega sen(\varphi)$ al parámetro de Coriolis (donde φ es la latitud del lugar), puede demostrarse que las aceleraciones de Coriolis en los ejes x, y, z son:

$$\frac{du}{dt} = fv - 2\Omega\cos(\varphi)w \qquad / \qquad \frac{dv}{dt} = -fu \qquad / \qquad \frac{dw}{dt} = 2\Omega\cos(\varphi)u$$