

Sistemas Estelares 2023

Comunicación

- e-mail: sistemasestelaresfcaglp@gmail.com
- Classroom por invitación
 - contiene planificación, clases teóricas, prácticas y avisos varios
 - enviar mail para recibir invitación
- (web <http://carina.fcaglp.unlp.edu.ar/estelar/se.html>)

Sistemas Estelares 2023

Programa

1. Sistemas binarios y múltiples.
2. Cúmulos abiertos.
3. Cúmulos globulares.
4. Evolución.
5. Nuestra galaxia.
6. Material interestelar.
7. Galaxias.
8. Escala de distancias extragaláctica.
9. Masas de galaxias.
10. Cúmulos de galaxias.

Sistemas Estelares 2023

Bibliografía general:

- “Galactic Astronomy”, Binney y Merrifield
- “The physical Universe”, Shu
- “An Introduction to Modern Astrophysics”, Carroll y Ostlie
- “Galaxies in the Universe: An Introduction”, Sparke y Gallagher
- etc.
- Bibliografía específica para cada bolilla.

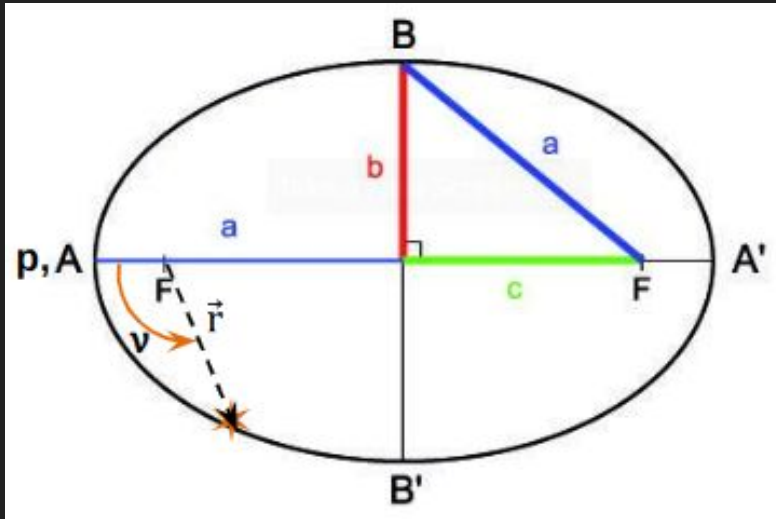
Bolilla 1

Sistemas binarios y múltiples

Sistemas binarios y múltiples

- Generalidades
- Binarias espectroscópicas
- Binarias eclipsantes
- Masas estelares
- Sistemas múltiples

Generalidades: parámetros de la elipse (órbita)



a : semieje mayor

b : semieje menor

p : periastro

\vec{r} : radio vector

F : focos

e : excentricidad

ν : anomalía verdadera (letra griega ν)

elipse en coordenadas polares:

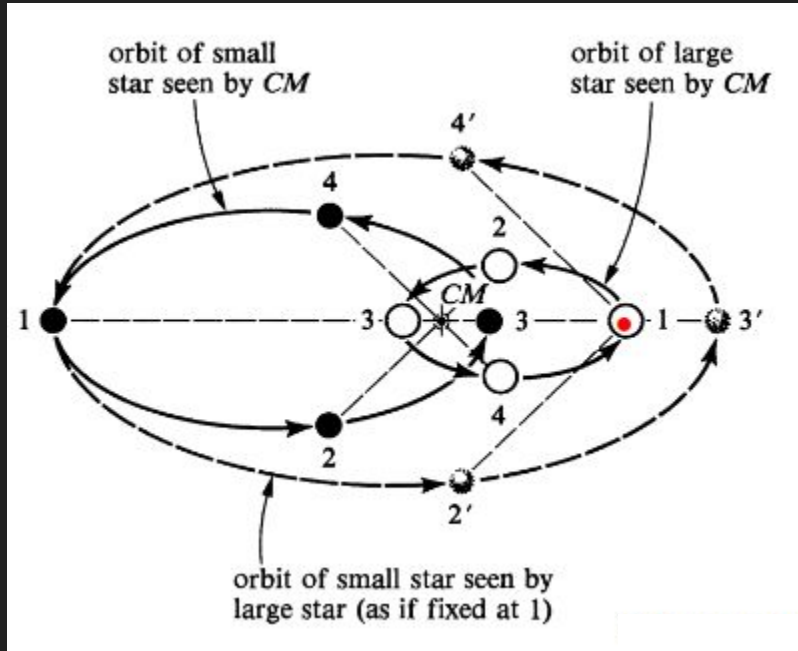
$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

$$b = a\sqrt{1 - e^2}$$

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu}$$

área de la elipse = πab

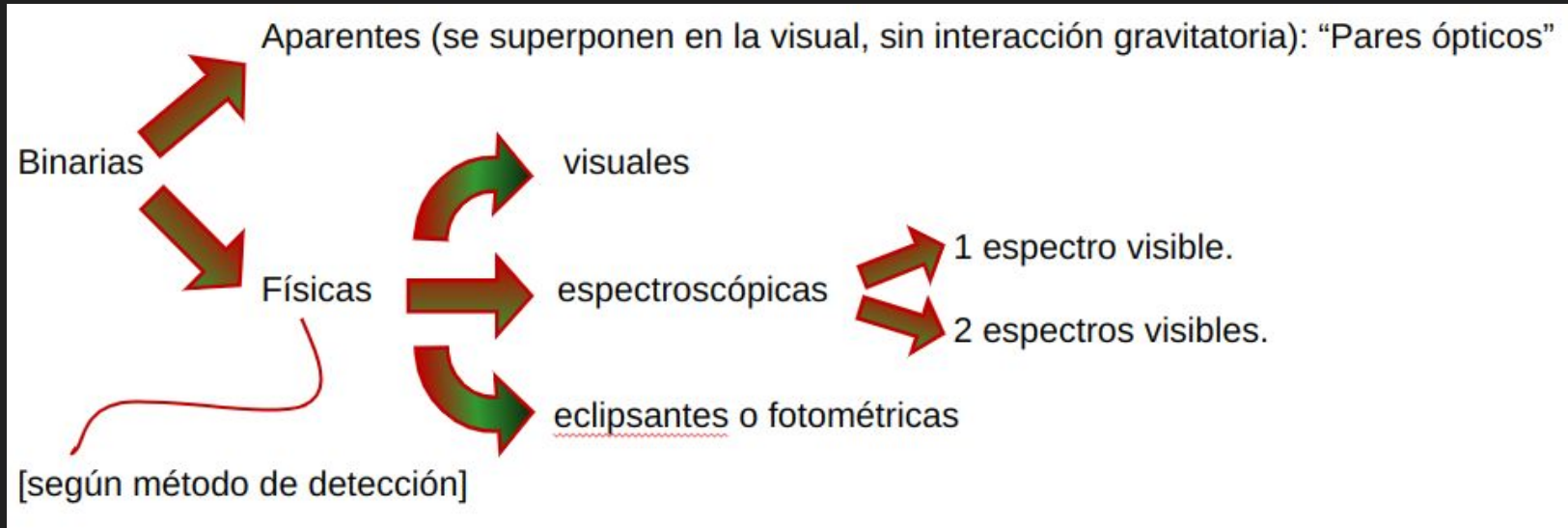
Generalidades: órbita de una binaria



- En líneas llenas las *órbitas absolutas* de ambas componentes: primaria (mayor masa) y secundaria (menor masa), respecto al centro de masas (CM) o centro de gravedad del sistema.
- En línea de trazos, la *órbita relativa* de la secundaria respecto de la primaria ubicada en la posición 1 (en el punto rojo).

Ambas órbitas tienen igual excentricidad y período.

Generalidades: clasificación general



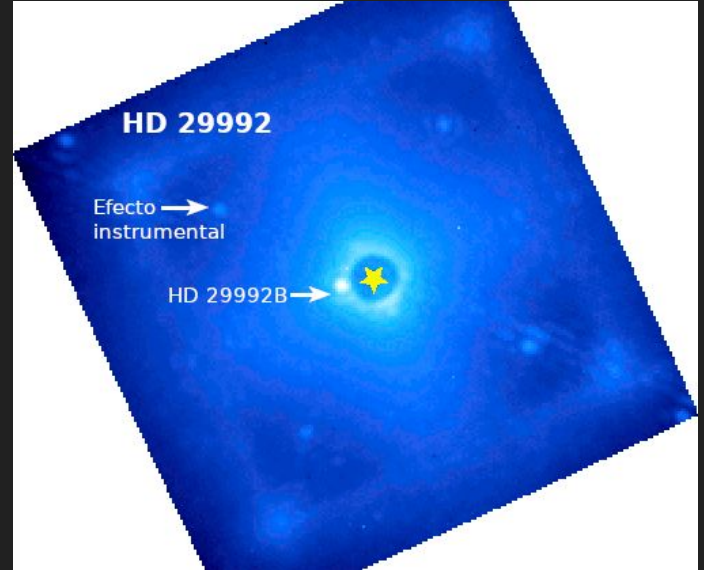
Información importante que se determina con las binarias: **masas estelares** (M)

Casos particulares en que se obtienen las masas *individuales* (los más comunes):

- Binarias visuales con órbitas absolutas (órb. de c /componente respecto al centro de grav.) + paralaje
- Binarias espectroscópicas con 2 espectros visibles y eclipsantes
- Binarias espectroscópicas con 2 espectros visibles y observaciones de interferometría

[Tanto binarias eclipsantes como interferometría proveen la inclinación (i)]

Generalidades.



Animación:

<https://oac.unc.edu.ar/2023/08/02/revelan-que-dos-estrellas-conocidas-son-en-realidad-sistemas-binarios/>

[High-contrast imaging of HD 29992 and HD 196385 with GPI](#)

Luciano H. García, R. Petrucci, E. Jofré, M. Gómez

Características generales de las binarias

Considerar “efectos de selección”:

Binarias visuales: para estar en esta categoría las componentes deben estar suficientemente separadas, por tanto *las binarias visuales tienen órbitas grandes* (efecto de selección observacional).

Binarias espectroscópicas: para ser descubiertas deben tener variaciones de velocidad radial “considerables” en períodos cortos, por tanto *las binarias espectroscópicas tienen períodos “cortos”, lo cual implica órbitas “pequeñas”*.

Las comillas indican que esos adjetivos deben considerarse en términos relativos a varios factores (instrumentación, etc.)

Características generales de las binarias

Binarias Visuales

T.E. (más frec.): tardíos (F, G, K: ~ más cercanas al Sol)
 P (más frec.): 1 – 3000 años
 e : todas posibles
 i : favorecidas las i pequeñas ($P_d \propto \cos i$)

P_d = Probabilidad de descubrimiento de la binaria.

La posibilidad de observarlas depende de: la *magnitud total* y la *separación de las componentes* (la separación angular es inversamente proporcional a la distancia al Sol por tanto, dominan las cercanas).

Características generales de las binarias

Binarias espectroscópicas

T.E. (más frec.): tempranos (O, B, A: c/mayor brillo intrínseco)

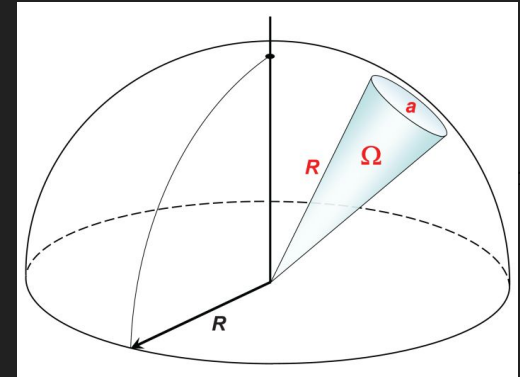
P (más frec.): 0.5 – 10 años

e \rightarrow $P \leq \sim 2$ días, $e \leq 0.1$ (\sim circulares)

e \rightarrow $P > \sim 100$ días, todas las e son posibles

i : favorecidas las i grandes ($P_d \propto \sin i$)

En este caso, la posibilidad de detectarlas no depende de la distancia (tampoco la velocidad radial) pero sí de la *magnitud límite* a que se puede llegar, por eso predominan las intrínsecamente brillantes pues las podemos ver a grandes distancias, y el volumen involucrado (por el ángulo sólido subtendido) a mayor distancia (R en la figura) corresponde a un volumen mayor. También es un efecto de selección.



Algunos catálogos de binarias

Binarias Visuales:

- 6th catalog of visual binary orbits, USNO.
- The Washington Visual Double Stars Catalog.

Binarias Espectroscópicas:

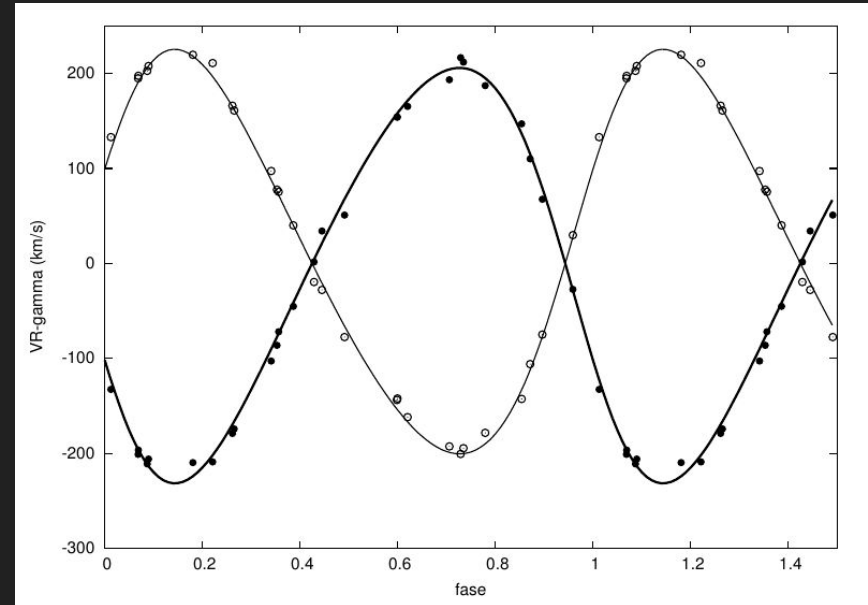
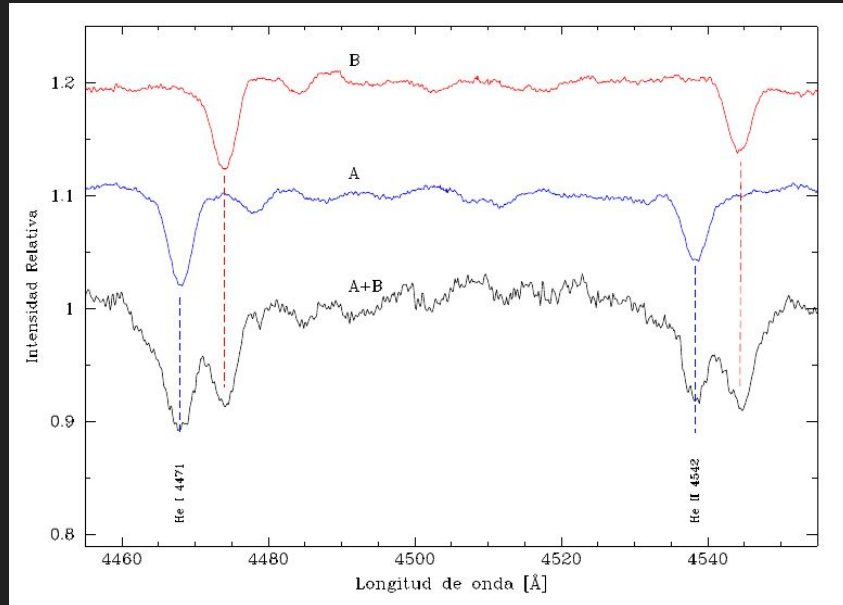
- SB9: 9th catalog of spectroscopic binary orbits (Pourbaix et al. 2004 - 2014).

Binarias Eclipsantes:

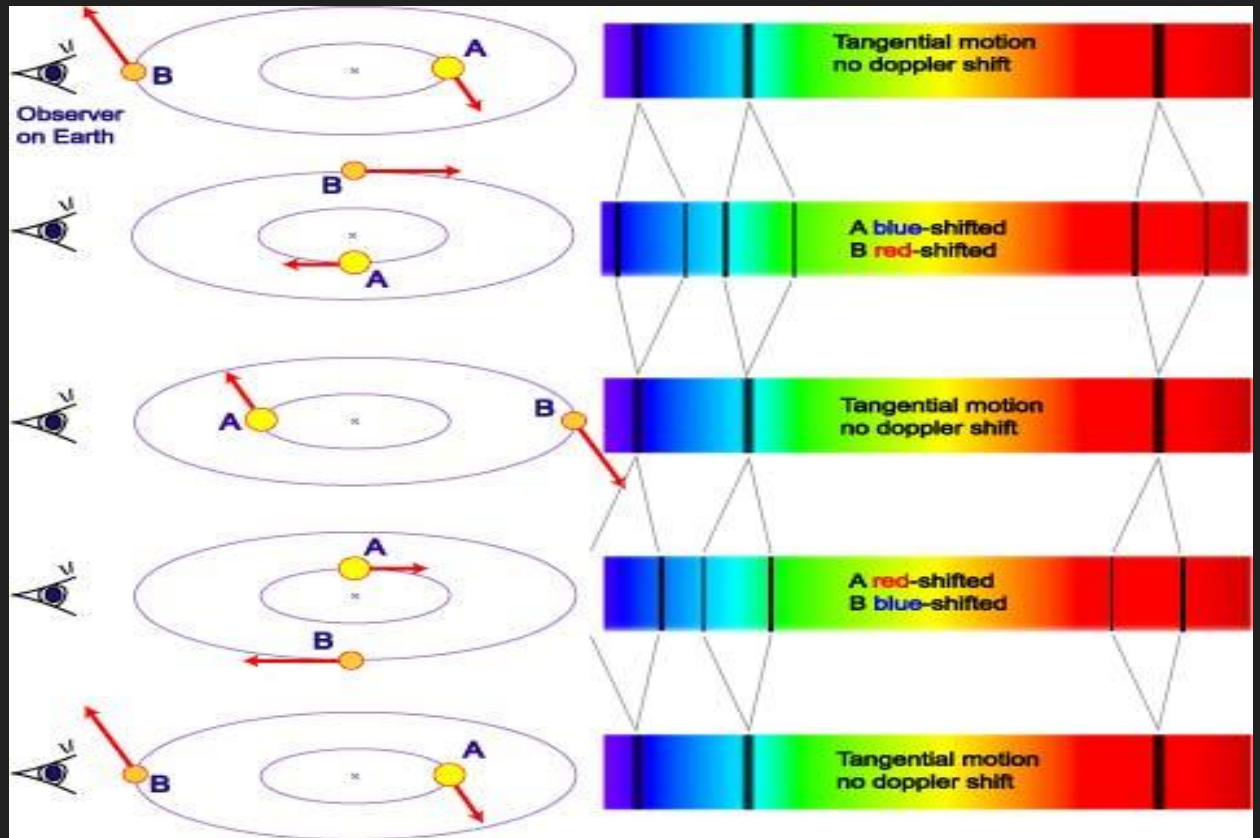
- Updated catalog of Algol-type eclipsing binaries (Papageorgiuo et al. 2018).

Binarias espectroscópicas

Binarias espectroscópicas: son aquellas que se descubren por los corrimientos periódicos de las líneas del espectro. Pueden verse ambos espectros (“2 espectros visibles”, **SB2**) o, si la estrella secundaria es mucho más débil que la primaria, se observa sólo un espectro (“1 espectro visible”, **SB1**).



Efecto del movimiento orbital sobre las líneas espectrales. Ejemplo con dos espectros visibles (SB2) y órbitas circulares.



A Spectroscopic Binary System

High-mass star A and lower-mass B orbit around a common centre of mass. The observed combined spectrum shows periodic splitting and shifting of spectral lines.

Ecuación para la velocidad radial

Caso de “1 espectro visible” (SB1)

Se considera la órbita absoluta de la primaria respecto al centro de gravedad (**G**) del sistema, que en el espacio corresponde a uno de los focos de la elipse.

A, B : nodos ascendente y descendente (el ascendente **A** es aquel que la estrella atraviesa alejándose del observador).

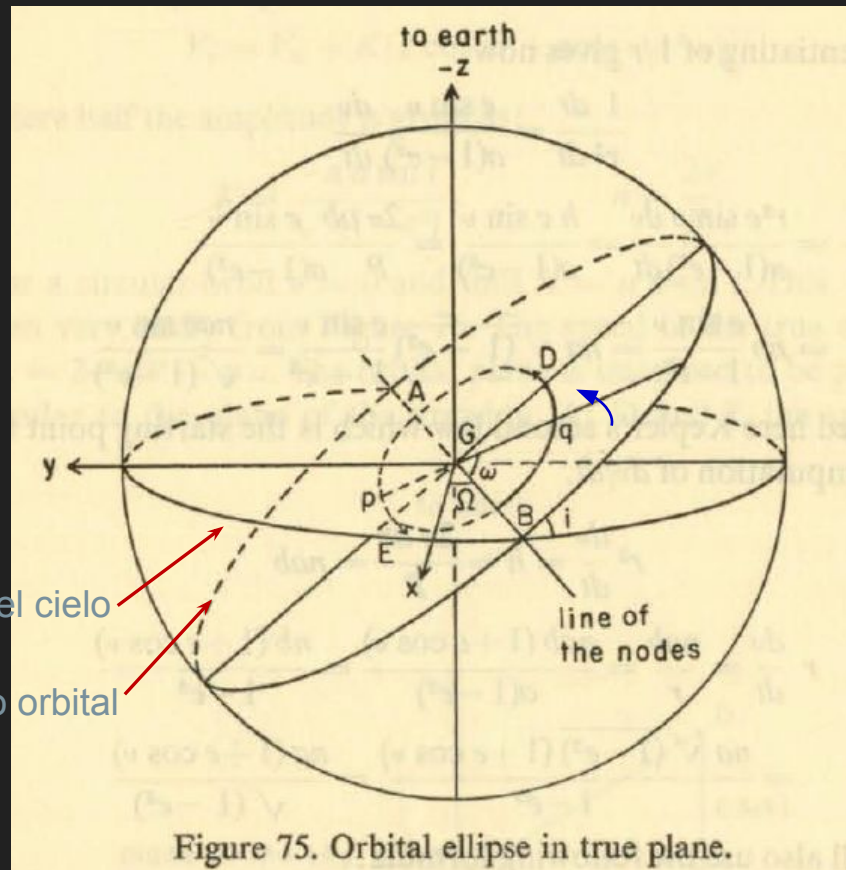
p : periastro (puede estar en cualquier posición sobre la órbita).

ω : longitud del periastro, distancia angular desde **A** hasta **p**, medido en el sentido del movimiento (en la fig. se representa su opuesto por el vértice).

i : inclinación del plano orbital respecto al plano del cielo.

Ω : longitud del nodo ascendente (no lo usaremos aquí)

eje “-z” hacia el observador.

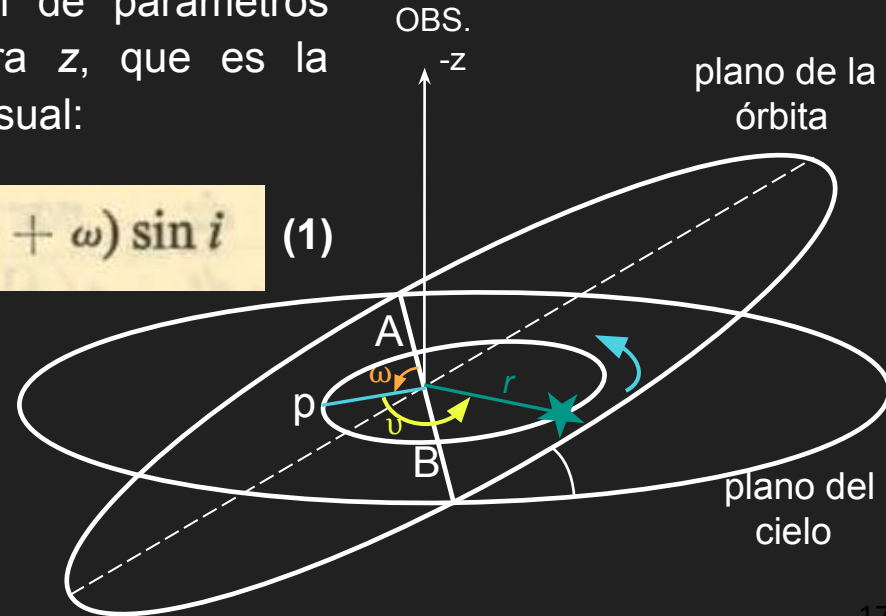


Nuestros datos serán mediciones de la velocidad radial observada V_R de la primaria en distintas posiciones sobre su órbita. Consta de dos componentes: la velocidad de la estrella en su órbita (V_{orb}) + la velocidad baricentral (o sistémica) V_0 de la binaria en conjunto, *ambas proyectadas* en la dirección de la visual.

$$V_R = V_0 + \frac{dz}{dt}$$

Buscamos una expresión para dz/dt en función de parámetros orbitales. Primero buscamos una expresión para z , que es la proyección del radio-vector r en la dirección de la visual:

$$z = -r \sin(v + \omega - 180) \sin i = r \sin(v + \omega) \sin i \quad (1)$$

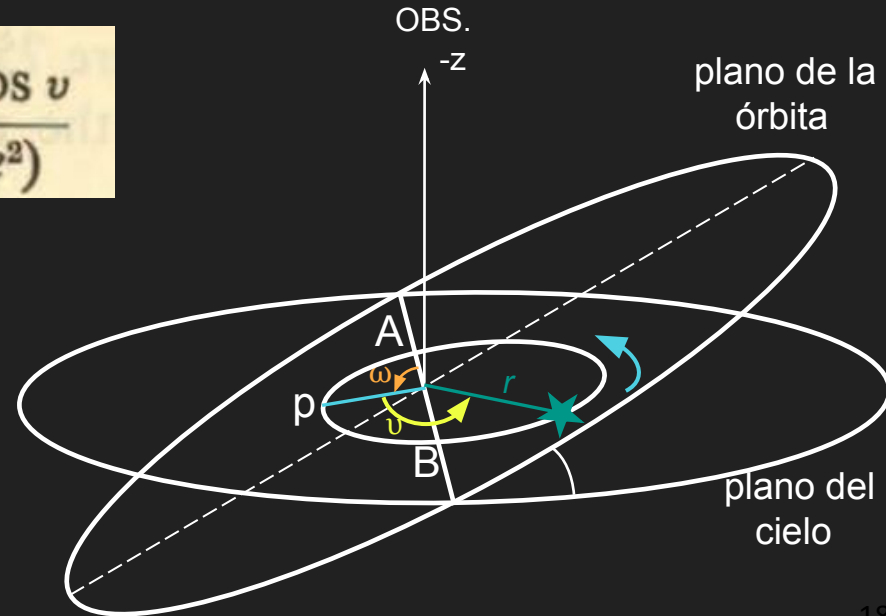


Derivando la ec. (1) con respecto al tiempo ($\omega = \text{cte}$, $i = \text{cte}$):

$$\frac{dz}{dt} = \sin(v + \omega) \sin i \frac{dr}{dt} + r \cos(v + \omega) \sin i \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

Calculamos primero la derivada dr/dt , a partir de la ecuación del radio-vector en coordenadas polares:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}, \quad \frac{1}{r} = \frac{1 + e \cos v}{a(1 - e^2)}$$



derivamos $1/r$, teniendo en cuenta que r y v son funciones del tiempo:

$$\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt} = \frac{e \sin v}{a(1-e^2)} \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{r^2 e \sin v}{a(1-e^2)} \frac{dv}{dt} = \frac{h e \sin v}{a(1-e^2)} = \frac{2\pi ab}{P} \frac{e \sin v}{a(1-e^2)}$$

$$= nb \frac{e \sin v}{1-e^2} = na \sqrt{1-e^2} \frac{e \sin v}{1-e^2} = \frac{nae \sin v}{\sqrt{1-e^2}}$$

donde usamos la segunda ley de Kepler para introducir la constante h y eliminar dv/dt . Así:

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{dv}{dt} = \frac{\text{área}}{\text{tiempo}} = \frac{\pi ab}{P} \Rightarrow h = \text{cte} = r^2 \frac{dv}{dt} = \frac{2\pi ab}{P} = nab = n a^2 \sqrt{1-e^2}$$

donde P : período y $n=2\pi/P$: movimiento angular medio.

Ahora calculamos el factor $r \, dv/dt$:

$$\begin{aligned} r \frac{dv}{dt} &= \frac{nab}{r} = \frac{nab(1+e \cos v)}{a(1-e^2)} = \frac{nb(1+e \cos v)}{1-e^2} \\ &= \frac{na \sqrt{1-e^2} (1+e \cos v)}{1-e^2} = \frac{na(1+e \cos v)}{\sqrt{1-e^2}} \end{aligned}$$

A continuación usamos:

$$\begin{aligned} \cos \omega &= \cos \{(v + \omega) - v\} \\ &= \cos v \cos (v + \omega) + \sin v \sin (v + \omega) \end{aligned}$$

Y reemplazamos las expresiones para dr/dt y $r dv/dt$ en la ec. (2) :

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= \frac{nae \sin v}{\sqrt{1-e^2}} \sin(v + \omega) \sin i \\ &+ \frac{na(1+e \cos v)}{\sqrt{1-e^2}} \cos(v + \omega) \sin i \\ &= \frac{na \sin i}{\sqrt{1-e^2}} \{e \cos \omega + \cos(v + \omega)\}\end{aligned}$$

Si en esta última expresión definimos la semiapertura K (ya veremos por qué se llama así):

$$K = \frac{na \sin i}{\sqrt{1-e^2}}$$

Obtenemos

$$\frac{dz}{dt} = K [e \cos \omega + \cos(\omega + \nu)]$$

Que nos da la variación de la coordenada z (dirección de la visual) debida al movimiento orbital.

Como ya dijimos la velocidad radial de la estrella será

$$V_R = V_0 + \frac{dz}{dt}$$

por tanto, reemplazando aquí el valor recién obtenido para dz/dt , tenemos

$$V_R = V_0 + K [e \cos \omega + \cos (\omega + \nu)]$$

Esta expresión nos da la velocidad radial de la estrella en cada instante. Puesto que la anomalía verdadera ν varía con el tiempo $\nu = \nu(t)$ y por tanto $V_R = V_R(t)$.

Asumimos que el resto de los parámetros (V_0 , K , e y ω) son constantes.

Así, notemos que, en general, V_R no tendrá la forma de un coseno perfecto, justamente porque $\nu = \nu(t)$.

La función $\nu(t)$ no es trivial. A continuación veremos en qué sentido.

Si tenemos un sistema binario con período P , definimos la fase orbital en el instante t como

$$\phi = \phi(t) = \frac{(t - T_0)}{P} - \left[\frac{(t - T_0)}{P} \right]$$

Donde los símbolos $[y]$ indican la función *máximo entero*, es decir que $[x]$ es el máximo número entero n tal que $n < x$. Además T_0 es un instante elegido como origen de las fases [nótese que $\phi(t = T_0) = 0$].

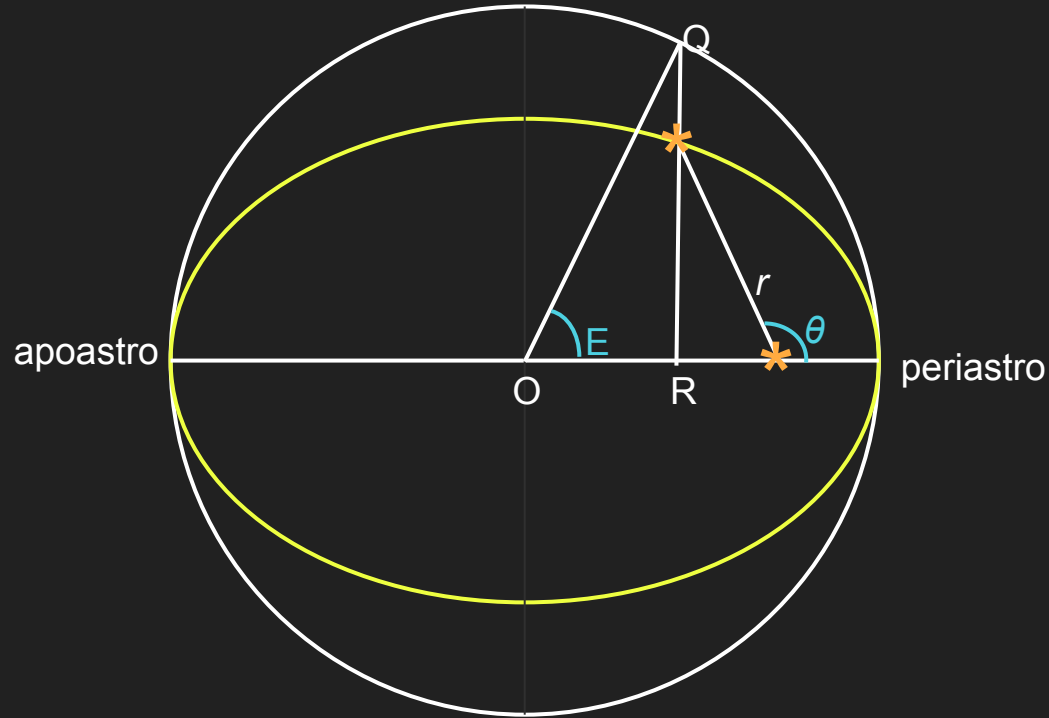
Puede verse fácilmente que se cumplirá $0 \leq \phi \leq 1$ para todo t .

El instante T_0 usualmente se elige de modo que tenga un significado astronómico. En las binarias eclipsantes se suele elegir el instante de mínimo brillo del sistema dentro de la disminución de brillo que se denomina "eclipse primario". En las binarias espectroscópicas no-eclipsantes se suele tomar en cambio, el instante de paso por el periastro.

Notemos que esos instantes se vuelven a producir en cada ciclo del sistema. Se debe por tanto determinar un mínimo (o un paso por el periastro) en particular.

Ecuación de Kepler

$$E - e \sin E = 2\pi\phi$$



E : anomalía excéntrica, e : excentricidad, ϕ : fase

Además, se puede demostrar también que existe la siguiente relación entre la anomalía verdadera ν y la anomalía excéntrica E :

$$\tan\left(\frac{\nu}{2}\right) = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} \tan\left(\frac{E}{2}\right)$$

Tanto esta última ecuación, como la anterior de Kepler, están bien demostradas en Hilditch (2001), cap. 2. Utilizándolas, es posible hallar la función $\nu(t)$. En el caso particular de una órbita circular ($e = 0$) se cumple $\nu = E = 2\pi\phi$ y además V_R es un coseno perfecto.

Apariencia de las curvas de
velocidad radial según e y ω :

“Double stars”, Heintz

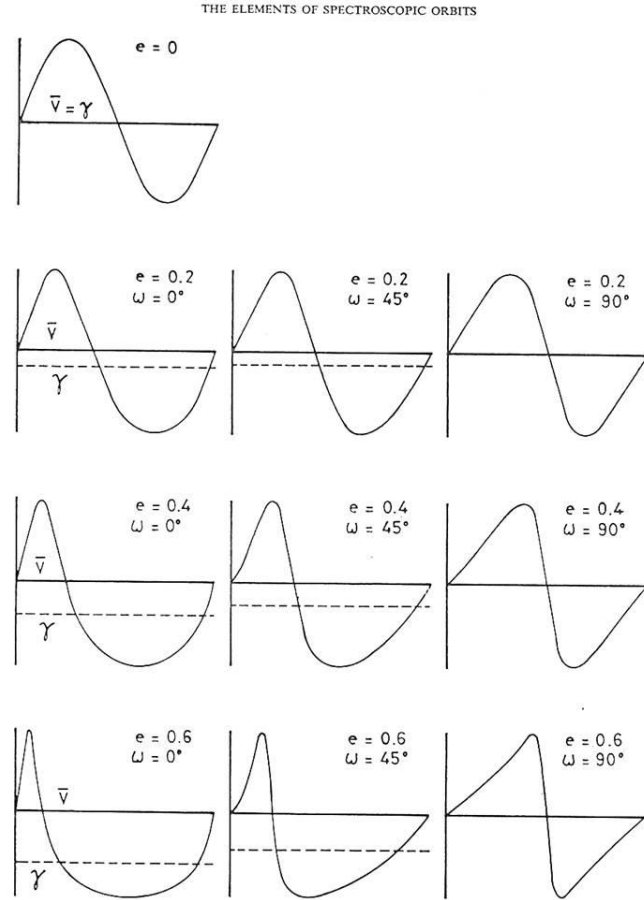


Fig. 20. The shapes of radial-velocity curves for different values of the elements e and ω .

Curvas de velocidad radial:

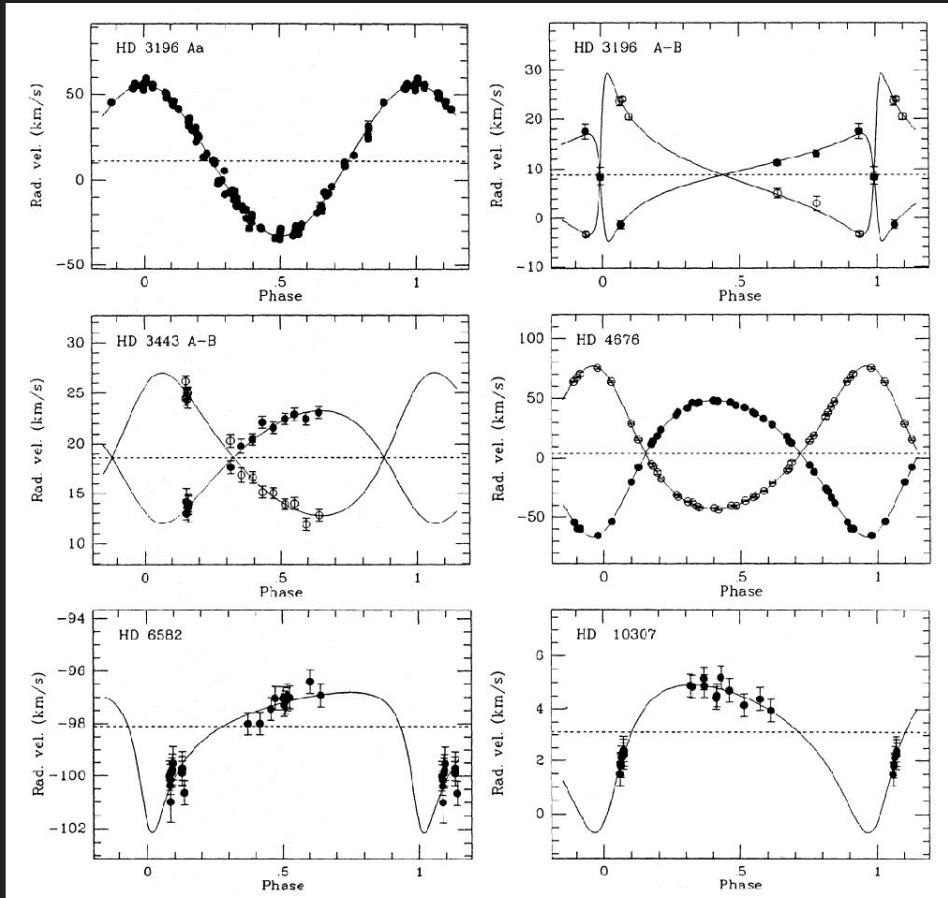
En catálogos:

SB1:

1 espectro visible
(single-lined binary)

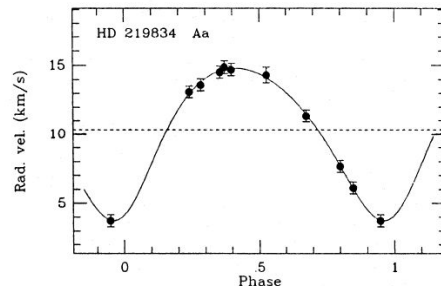
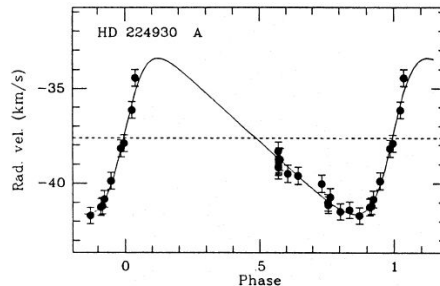
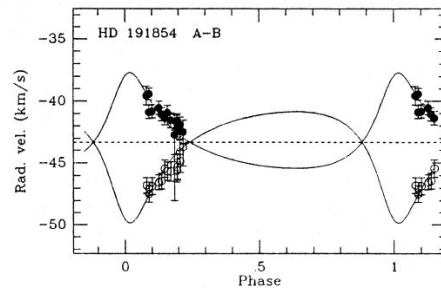
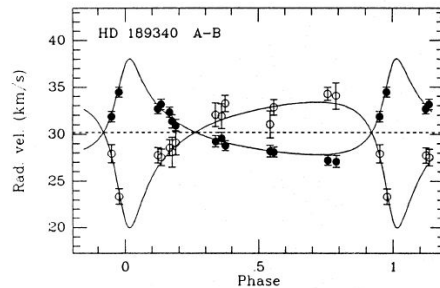
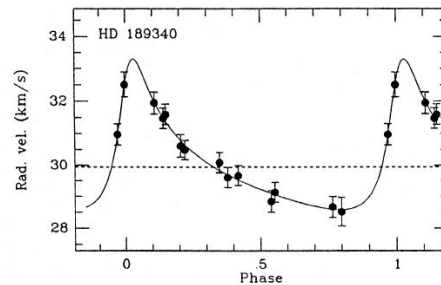
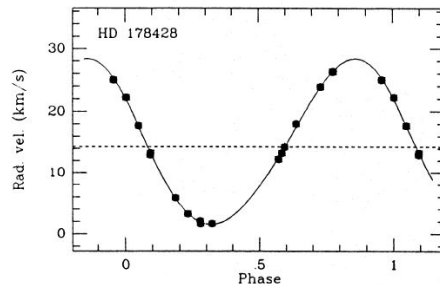
SB2:

2 espectros visibles
(double-lined binary)



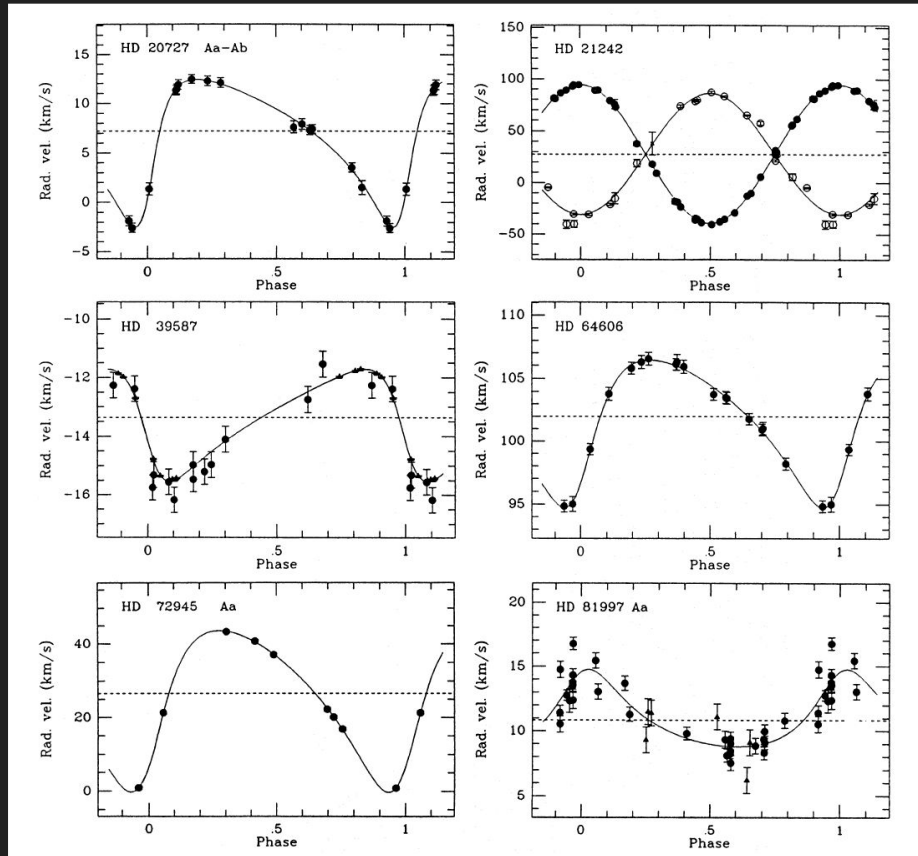
Duquennoy & Mayor
1991, A&A 248, 485

Curvas de velocidad radial:



Duquennoy & Mayor
1991, A&A 248, 485

Curvas de velocidad radial:



Duquennoy & Mayor
1991, A&A 248, 485

Método de Lehmann–Filhés

El problema típico que se plantea en astrofísica estelar consiste en que, a partir de observaciones espectroscópicas, midiendo la longitud de onda de las líneas espectrales que se observan, y utilizando el efecto Doppler, se obtienen velocidades radiales de una estrella (si el sistema es SB1) o dos (si es SB2) en distintos instantes. Usualmente, los instantes de observación están dispersos a lo largo de intervalos de tiempo mucho más extensos que el período orbital del sistema.

Luego, con esas observaciones se desea obtener información sobre la órbita y los parámetros físicos del sistema. Para eso, típicamente se siguen dos pasos:

- (a) determinación del período orbital del sistema
- (b) determinación de los parámetros orbitales y físicos, mediante el ajuste de un modelo orbital. Usualmente, el "modelo" del que hablamos es la ecuación que acabamos de ver para V_R

Los elementos orbitales de una estrella que se pueden obtener a partir de medidas de velocidad radial (V_r) son:

$$K, e, \omega, T_0, P, \gamma$$

Notemos enseguida, que si tenemos 2 estrellas en el sistema, podemos analizar por separado las velocidades radiales de cada una y obtener este mismo conjunto de parámetros para cada una de las estrellas. Sin embargo, es de esperar que para algunos de estos parámetros obtendremos el mismo valor en ambas estrellas. ¿Te animás a decir cuáles son?

El primer procedimiento para obtenerlos, utilizado masivamente fue el de Lehmann-Filhés (1894), que está descripto en Aitken, *The Binary Stars* (1935, cap. 6).

En este método el primer paso es obtener estimaciones iniciales de los parámetros. Antes esto se hacía por un procedimiento gráfico. Hoy se puede hacer visualmente usando un gráfico (ϕ, V_r) . Luego se usa un código iterativo para ajustar los parámetros.

Los códigos más usados (Wilson & Debinney, 1971 y similares) tiene dos etapas:

- (a) cálculo teórico de las velocidades radiales, luego comparación con los valores observados y
- (b) cálculo de las correcciones a los parámetros (para que los valores teóricos se acerquen más a los observados).

Estas etapas se repiten hasta que el proceso converge a valores estables de los parámetros.

Recordemos que la velocidad radial está dada por

$$V_r = V_o + K [e \cos \omega + \cos (\omega + \nu)] \quad (1)$$

donde $\nu = \nu(\phi, e)$ a través de la ec. de Kepler. Y como la fase depende del período y el instante de paso por el periaastro, será

$$V_r = F(K, e, \omega, T_o, P, \gamma)$$

Supongamos ahora que tenemos un conjunto de n observaciones (t_i, V_i) . Buscamos el conjunto de parámetros orbitales que mejor representen las observaciones a través de la ec. (1). Para eso se usa un método iterativo conocido como "correcciones diferenciales" (*differential corrections*, o DC). La idea es que si cambiamos los elementos en incrementos

$$\Delta K, \Delta e, \Delta \omega, \Delta T_o, \Delta P \text{ y } \Delta \gamma$$

el cambio en la velocidad radial ΔV_r que se produce se puede desarrollar en una serie de Taylor, cuyo término de primer orden es

$$\Delta V_r = \frac{\partial F}{\partial K} \Delta K + \frac{\partial F}{\partial e} \Delta e + \frac{\partial F}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial F}{\partial T_0} \Delta T_0 + \frac{\partial F}{\partial P} \Delta P + \frac{\partial F}{\partial \gamma} \Delta \gamma \quad (2)$$

Que, calculando explícitamente las derivadas se convierte en¹

$$\begin{aligned} \Delta V_r = & [\cos(\nu + \omega) + e \cos \omega] \Delta K \\ & + K \left[\cos \omega - \frac{\sin(\nu + \omega) \sin \nu (2 + e \cos \nu)}{(1 - e^2)} \right] \Delta e - K [\sin(\nu + \omega) + e \sin \omega] \Delta \omega \\ & + \left[\sin(\nu + \omega) (1 + e \cos \nu)^2 \frac{2\pi K}{P (1 - e^2)^{3/2}} \right] \Delta T_0 \\ & + \left[\sin(\nu + \omega) (1 + e \cos \nu)^2 \frac{2\pi K (t - T_0)}{P^2 (1 - e^2)^{3/2}} \right] \Delta P + \Delta \gamma \quad (3) \end{aligned}$$

El método consiste en identificar ΔV_r con la diferencia ($O - C$) entre los valores observados (O) de la velocidad radial y los calculados teóricamente (C) usando la ec. (1).

Se calculan entonces los valores numéricos de las derivadas que aparecen en la ec. (3) usando las estimaciones iniciales de los parámetros K , e , ω , T_0 , P y γ .

De ese modo los valores desconocidos (incógnitas) en la ec. (3) son los incrementos, también llamados *correcciones*:

$$\Delta K, \Delta e, \Delta \omega, \Delta T_0, \Delta P \text{ y } \Delta \gamma.$$

Estas correcciones se calculan ajustando por mínimos cuadrados la ec. (3) a la tabla de valores

$$[t_i, (O - C)_i].$$

Al hacer este ajuste, la columna t_i corresponde a la variable independiente, $(O - C)_i$ a la variable dependiente, la función de ajuste es la ec. (3) y las correcciones ΔK , Δe ..., etc. son los coeficientes que debe hallar el ajuste.

Obtenidas las correcciones, estas se usan para corregir las estimaciones iniciales, obteniendo nuevas estimaciones, que se supone serán mejores, de los parámetros orbitales. Estas se llaman estimaciones de primer orden:

$$K' = K + \Delta K$$

$$e' = e + \Delta e$$

$$\omega' = \omega + \Delta\omega$$

$$T'_o = T_o + \Delta T_o$$

$$P' = P + \Delta P$$

$$\gamma' = \gamma + \Delta\gamma$$

Donde los valores primados (K', e', \dots , etc.) indican justamente que son estimaciones de primer orden).

Con las nuevas estimaciones de los parámetros se calculan nuevas fases para cada observación, con estas nuevas fases se calculan nuevas anomalías verdaderas, nuevas velocidades radiales teóricas (C') y sus nuevos $(O - C)'$.

Estos $(O - C)'$ se comparan con los $(O - C)$ iniciales y se decide si se ha llegado al grado de convergencia deseado. Si no se llegó, se repite el proceso hasta que los $(O - C)^{j+1}$ sean tan parecidos a los $(O - C)^j$ como se desee. Usualmente, al cabo de dos o tres iteraciones el proceso converge.

De este modo, si trabajamos con las velocidades radiales de la componente primaria del sistema, como se dijo al inicio, se tendrán los valores de

$$K_1, e_1, \omega_1, T_{0,1}, P_1, \gamma_1$$

donde los subíndices 1 indican que son elementos deducidos del ajuste de la componente primaria, aunque por razones dinámicas sabemos que en realidad debe ser $e_1 = e_2 = e$, la excentricidad del sistema, y del mismo modo $T_{0,1} = T_{0,2} = T_0$ y $P_1 = P_2 = P$.

Recordemos que por definición la semiamplitud de la curva de velocidad radial es:

$$K_1 = \frac{na_1 \operatorname{sen} i}{\sqrt{1 - e^2}}$$

donde, sustituyendo por su definición $n = 2\pi/P$, tenemos

$$K_1 = \frac{2\pi}{P} \frac{a_1 \operatorname{sen} i}{\sqrt{1 - e^2}}$$

Y de allí podemos despejar

$$a_1 \operatorname{sen} i = \frac{K_1 P}{2\pi} \sqrt{1 - e^2}$$

Y lo mismo es válido para la secundaria, es decir, para a_2 y K_2 . Escribiremos por tanto

$$a_j \operatorname{sen} i = \frac{K_j P}{2\pi} \sqrt{1 - e^2}$$

donde $j = 1$ o 2 .

En la ecuación, si K_j se expresa en km s^{-1} , P en días y a_j en km, la ecuación toma la forma

$$\boxed{a_j \operatorname{sen} i = 13751 K_j P \sqrt{1 - e^2}} \quad (4)$$

con $j = 1$ o 2 .

Aplicación del método de Lehmann-Filhés al caso particular de la Práctica 1

En el caso particular de la práctica 1 de este curso, aplicaremos el método con algunas simplificaciones para poder enfocarnos en las cuestiones conceptuales centrales y evitar cálculos que requieren una programación excesivamente compleja. En concreto, separaremos el cálculo de las anomalías verdaderas (que requiere la resolución de la ec. de Kepler) del ajuste de la ec. (3). De este modo, la tabla que usaremos para el ajuste de mínimos cuadrados será de la forma

$$[\nu_i, (O - C)_i].$$

es decir que para el ajuste, la variable independiente será la columna de los ν_i . Por el mismo motivo trabajaremos con valores fijos del período (P) del sistema y del instante de paso por el periastro (T_0), que serán dados por la cátedra.

Obtención de información sobre las masas estelares con binarias espectroscópicas

Primer caso: binarias espectroscópicas con un sólo espectro (SB1)

A partir de la definición de centro de masa, si M_1 y M_2 son las masas de la primaria y la secundaria respectivamente, se cumple que:

$$M_1 a_1 = M_2 a_2$$

De donde, operando y recordando que el semieje mayor de la órbita relativa es $a = a_1 + a_2$, resulta que

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \frac{M_1 + M_2}{M_2} = \frac{a_2 + a_1}{a_1} \Rightarrow \frac{M_2}{M_1 + M_2} = \frac{a_1}{a_1 + a_2} = \frac{a_1}{a} \quad (5)$$

Por otra parte, utilizando la 3a. ley de Kepler, si expresamos las masas en masas solares (M_{\odot}), el período en años y la distancia en unidades astronómicas (UA) sabemos que

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2} \Rightarrow a^3 = (M_1 + M_2) P^2 \quad (6)$$

Por tanto, elevando al cubo los dos miembros de la ec. (5) y reemplazando a^3 por el valor que hemos encontrado ahora, tenemos que

$$\left(\frac{M_2}{M_1 + M_2} \right)^3 = \frac{a_1^3}{a^3} = \frac{a_1^3}{(M_1 + M_2) P^2}$$

de donde

$$\frac{M_2^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{a_1^3}{P^2}$$

Y para obtener esto en función de expresiones conocidas, multiplicamos ambos miembros por $\text{sen}^3 i$ y obtenemos una función llamada *función de masa* $f(M)$.

$$f(M) = \frac{(M_2 \text{ sen } i)^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{(a_1 \text{ sen } i)^3}{P^2}$$

Esta función es toda la información que se puede obtener sobre las masas estelares en el caso de binarias espectroscópicas con un sólo espectro visible (SB1).

Notemos que en esta ecuación las masas se expresan en masas solares, el semieje en UA y el período en años.

Segundo caso: binarias espectroscópicas con dos espectros (SB2)

Si ambos espectros son visibles, se puede aplicar el método de Lehmann-Filhés a ambas curvas de velocidad radial y se obtienen: K_1 , K_2 , $a_1 \text{ sen } i$, $a_2 \text{ sen } i$, e , y P . Una vez que tenemos estos parámetros partimos nuevamente de la ecuación de equilibrio respecto al centro de masa:

$$M_1 a_1 = M_2 a_2 \Rightarrow \frac{M_2}{M_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{a_1 \text{ sen } i}{a_2 \text{ sen } i}$$

Usando aquí la ec. (4) obtenemos el cociente de masas

$$\boxed{q = \frac{M_2}{M_1} = \frac{K_1}{K_2}}$$

Por otra parte, operando análogamente a como lo hicimos en (5), obtenemos

$$\frac{M_2 + M_1}{M_1} = \frac{a}{a_2} \Rightarrow M_1 = \frac{a_2}{a} (M_1 + M_2)$$

De donde, utilizando la 3a. ley de Kepler expresada como en (6), tenemos

$$M_1 = \frac{a_2 a^3}{a P^2} = \frac{a_2 a^2}{P^2}$$

Ahora, para que aparezcan las expresiones que podemos obtener de los datos, reemplazamos el semieje mayor a por la suma $(a_1 + a_2)$ y multiplicamos ambos miembros por $\text{sen}^3 i$. De este modo llegamos a las expresiones

$$M_1 \text{sen}^3 i = \frac{a_2 \text{sen} i}{P^2} (a_1 \text{sen} i + a_2 \text{sen} i)^2 \quad \text{y análogamente} \quad (7)$$

$$M_2 \text{sen}^3 i = \frac{a_1 \text{sen} i}{P^2} (a_1 \text{sen} i + a_2 \text{sen} i)^2 \quad (8)$$

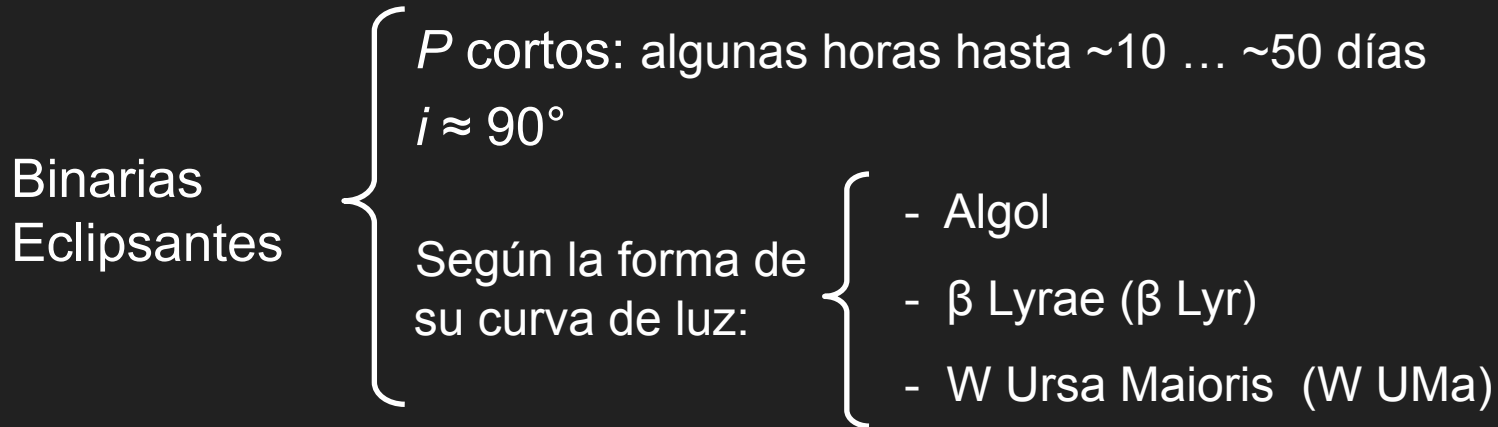
Estas expresiones se denominan *masas mínimas* de cada una de las estrellas, puesto que efectivamente son cotas mínimas para las masas. Conociendo solamente los espectros no es posible despejar las masas M_1 y M_2 independientemente de la inclinación i .

Notemos que en estas ecuaciones las masas se expresan en masas solares, los semiejes en UA y el período en años.

Binarias eclipsantes

Binarias eclipsantes o fotométricas

Se descubren por *variaciones periódicas de brillo* causadas por los eclipses que se producen entre las componentes, durante el movimiento orbital. No son exactamente un grupo aparte, podrían considerarse como parte de las espectroscópicas con $i \approx 90^\circ$ pero observacionalmente es más fácil detectar variaciones de brillo que de velocidad radial, por eso se llega a magnitudes más débiles con las binarias eclipsantes, y sólo parte de ellas son además espectroscópicas.



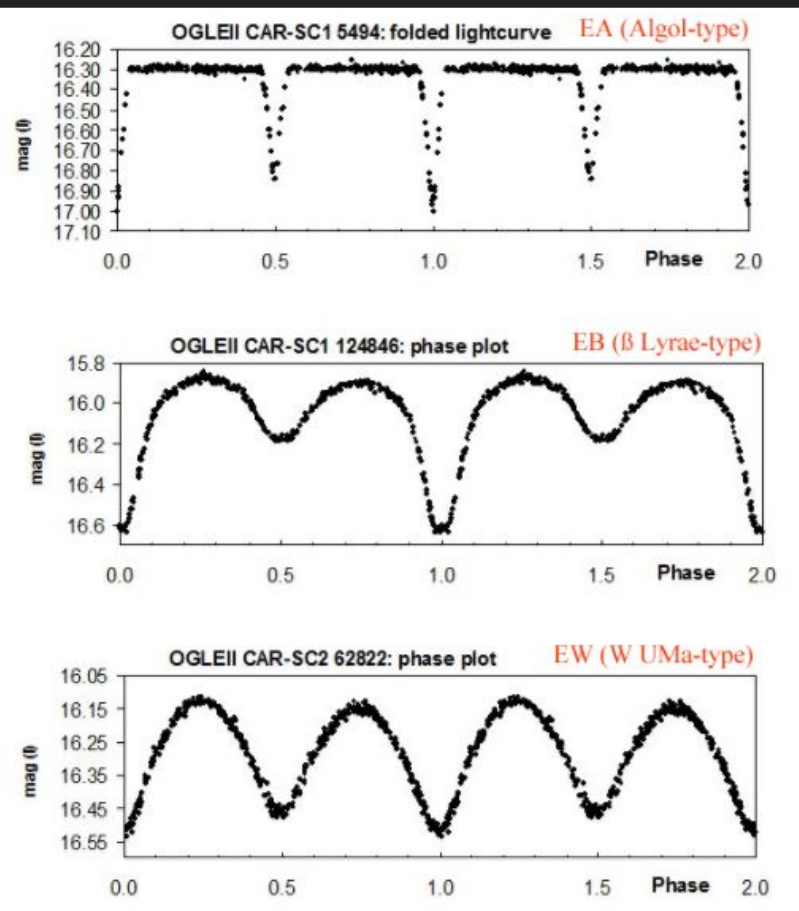
Clasificación de Binarias Eclipsantes según la forma de sus curvas de luz

Nomenclatura de catálogos:

EA (Algol)

EB (β Lyr)

EW (W UMa)



Hümmerich et al. 2013
Variable Stars Observer Bulletin

Criterios de clasificación morfológica de las curvas de luz

Curvas de luz **tipo Algol** (beta Persei): se distinguen claramente dos eclipses, usualmente de profundidades diferentes, separados por fases en las cuales el brillo del sistema es prácticamente constante.

Tipo beta Lyrae: se distinguen dos eclipses de profundidades usualmente diferentes, pero entre ambos el brillo varía continuamente (no hay fases de brillo constante).

Tipo W UMa: la profundidad de los eclipses es casi idéntica y son muy parecidos, no hay fases de brillo constante y el período del sistema es menor que un día.

Curvas de luz tipo Algol

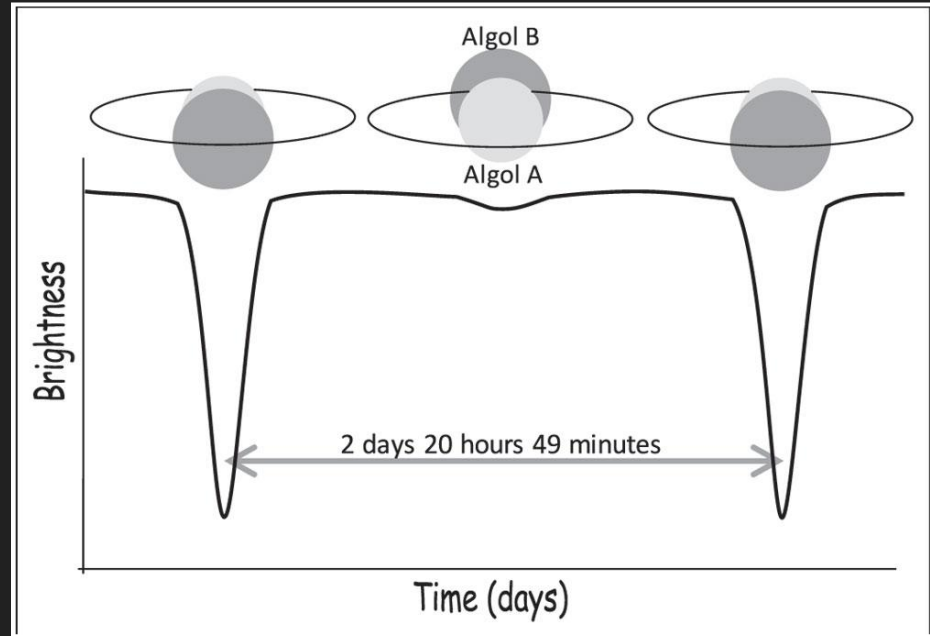
Prototipo de esta clase

Algol (β Persei):

Algol A: B8 V, $3.7 M_{\odot}$

Algol B: K0 IV, $0.8 M_{\odot}$

Paradoja de Algol: ¿por qué la de mayor masa es la menos evolucionada?



La curva de luz de Algol muestra dos caídas de brillo cuando cada estrella eclipsa a la otra. El eclipse primario ocurre cuando la más grande, más fría y más débil (Algol B) oculta parcialmente la más pequeña, caliente, brillante y más masiva (Algol A). En el secundario Algol A oculta a Algol B.

Curvas de luz tipo Algol

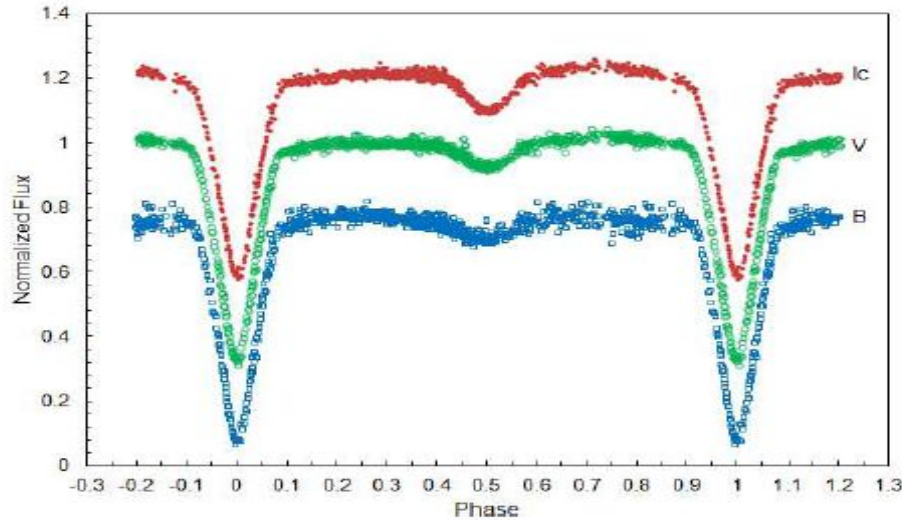
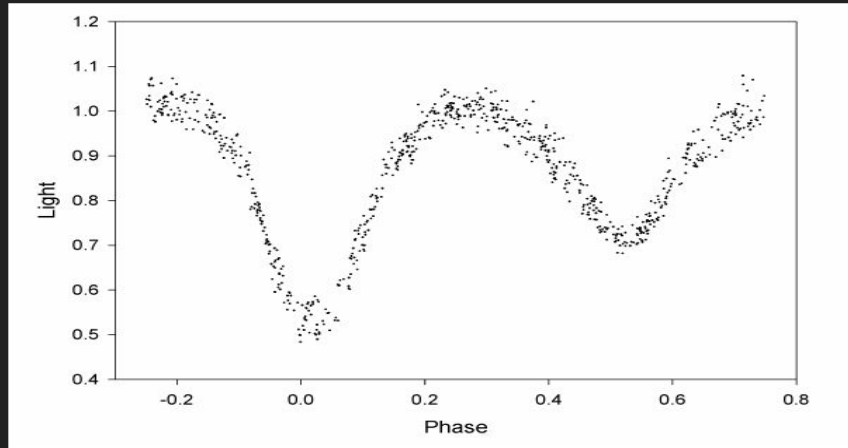


Figure 3. Folded (2008 July-August and 2010 June-August) CCD light curves for AO Ser captured in B, V, and I_c bandpasses.

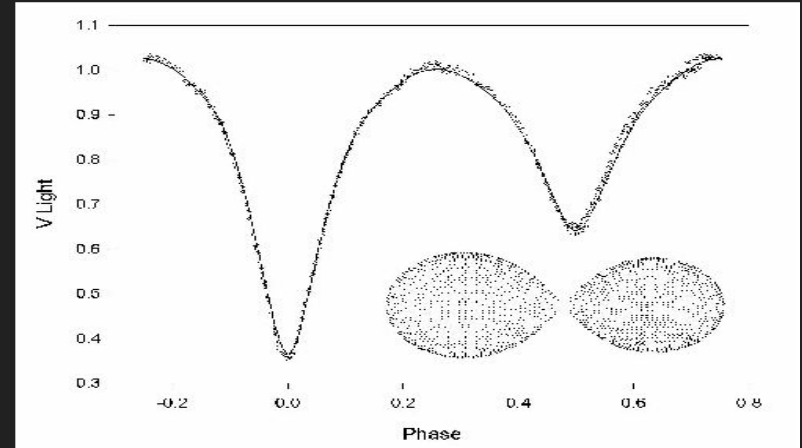
AO Ser: sistema binario con curva de luz tipo Algol, compuesto por una A7V (primaria) y una K1 - 3 subgigante (secundaria).

Curvas de luz tipo β Lyrae

β Lyrae

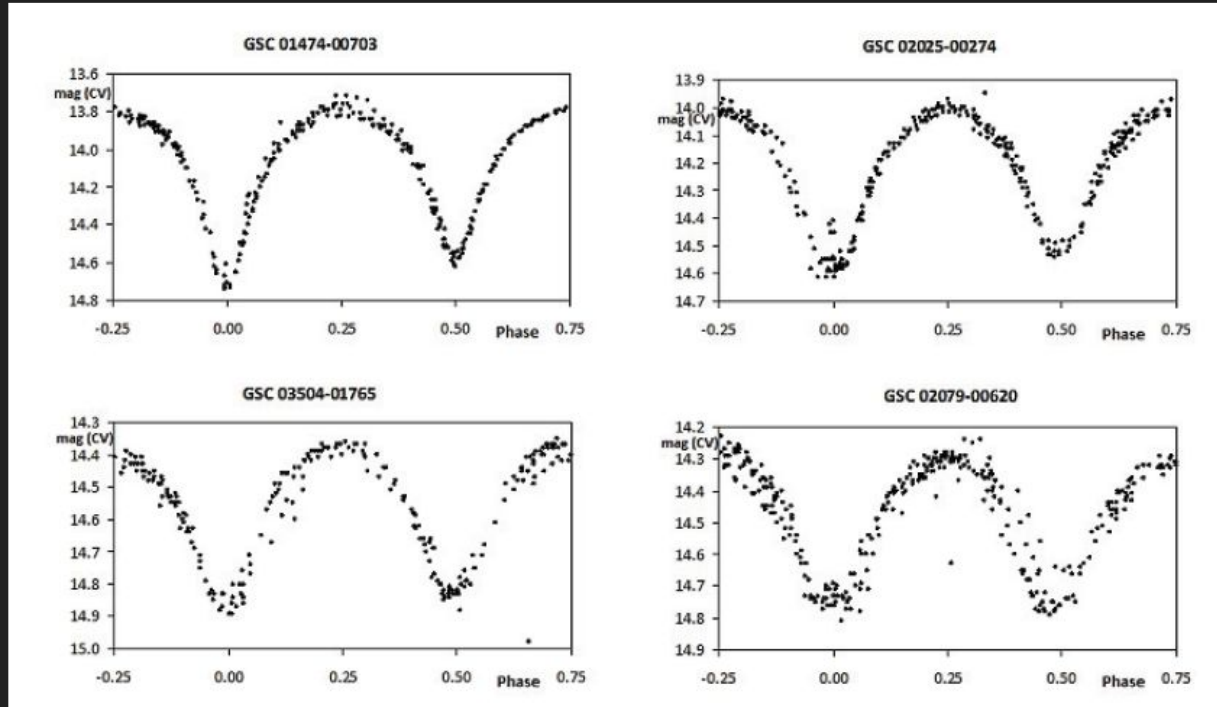


GSC 1534:0753



Dirk Terrell
Southwest Research Institute

Curvas de luz tipo W UMa ($P < 1$ día)

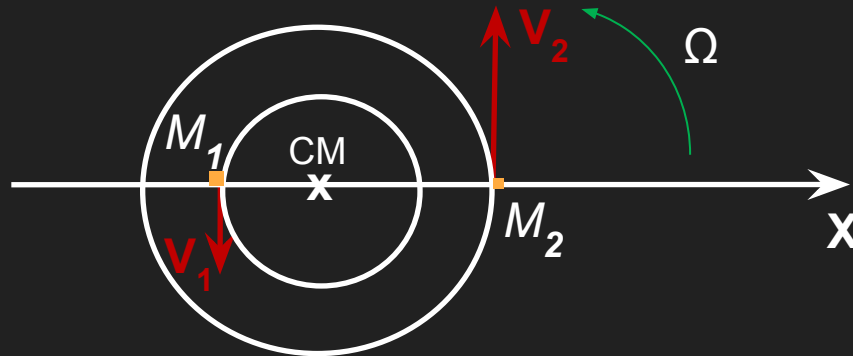


Hümmerich et al. 2013
Variable Stars Observer Bulletin

Binarias cercanas (“close binaries”)

Se refiere a estrellas de períodos cortos y tamaños no mucho menores que su separación. Se trata de una clasificación desarrollada por Z. Kopal, que se basa en cómo varía el potencial gravitatorio en los alrededores de la binaria.

Consideremos una binaria de *órbita circular* y nos ubicamos en un sistema de coordenadas cuyo *origen está en el centro de masa* (CM) de la binaria y que rota con una velocidad igual a la velocidad orbital (por tanto M_1 y M_2 están fijas y se toma el eje X pasando por ellas):



(Aclaración: son “cercanas” entre sí, no “cercanas” al Sol)

Entonces, se puede definir el conjunto de *superficies equipotenciales* que rodea a las dos componentes (“problema restringido de 3 cuerpos” de Mecánica Celeste) sobre las cuales el *potencial gravitatorio es constante* y también lo son *la presión, la densidad y la temperatura*. Cada conjunto de superficies equipotenciales depende de las *masas* de las componentes y de su *separación*.

Son superficies en 3D, se analiza su intersección con el plano ecuatorial de la binaria.

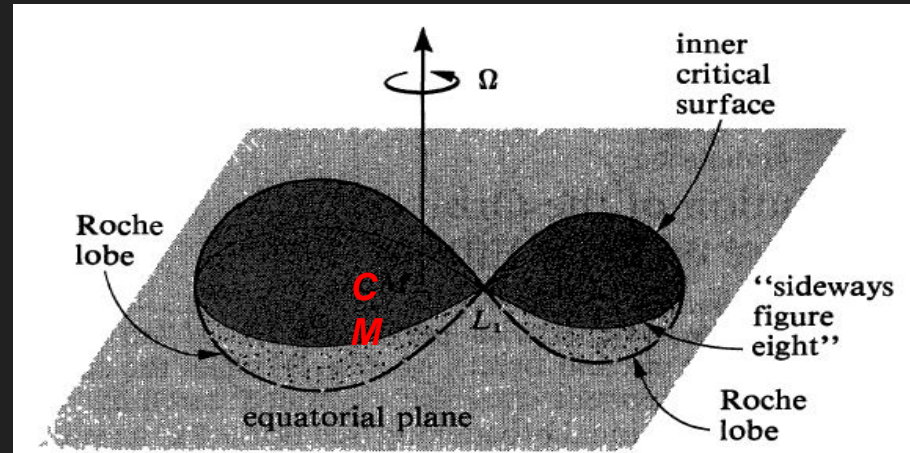


Figure 10.8. A schematic depiction of the three-dimensional structure of the Roche lobes of a binary system with a circular orbit. The rotation of the entire system takes place with angular speed Ω with respect to an axis which passes through the center of mass CM . This axis is perpendicular to the equatorial plane of the system.

Gravedad efectiva: es la resultante entre la atracción gravitatoria de las estrellas y el efecto de la fuerza centrífuga debido a que el sistema de referencia está rotando (velocidad angular Ω). Las *normales* a las superficies equipotenciales dan la dirección de la **gravedad efectiva** (representada en la figura por los vectores). Cerca de las estrellas tiene sentido hacia las mismas pues domina la atracción gravitatoria. Lejos de las estrellas el sentido es alejándose de las mismas, pues domina la fuerza centrífuga. La superficie en que ambos lóbulos se tocan en un punto (L_1) define los lóbulos de Roche. L_1 es uno de los puntos Lagrangianos, son máximos del potencial (equilibrio inestable).

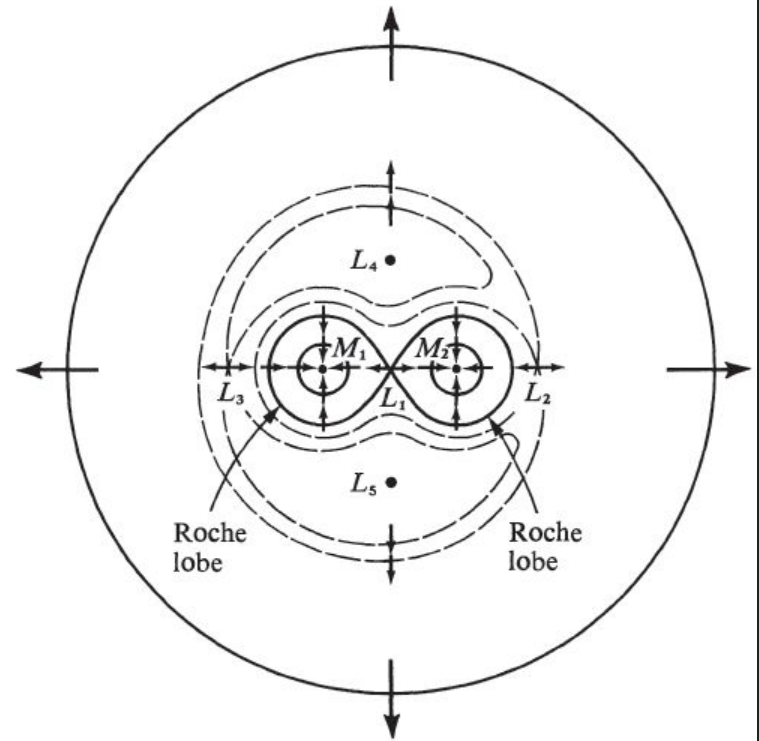
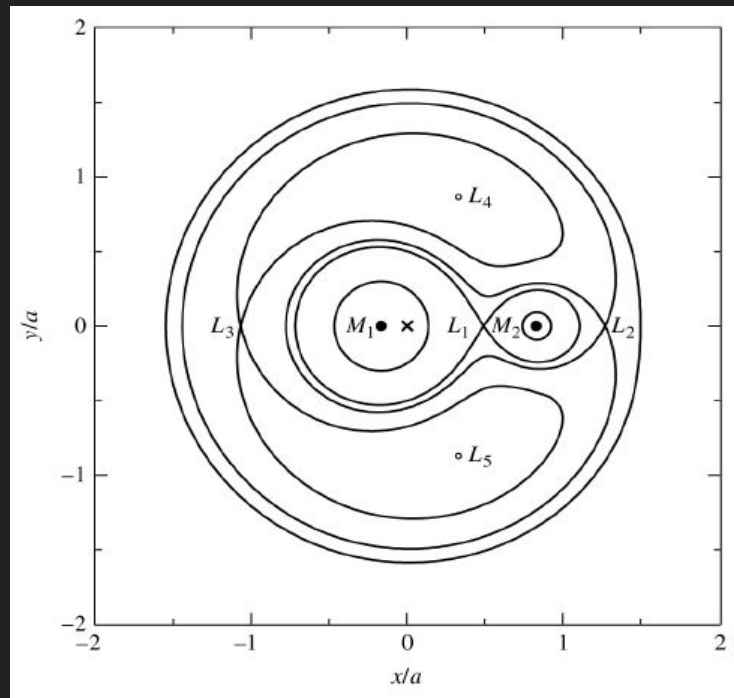


Figure 10.7. The Roche equipotential surfaces plotted in the equatorial plane for two point masses with a mass ratio equal to $2/3$. The short arrows indicate the direction of the effective gravitational field in the frame of reference which corotates with the orbital motion. The effective gravity vanishes at the five Lagrangian points L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 . The first three, L_1, L_2, L_3 , lie

Ejemplo de superficies equipotenciales

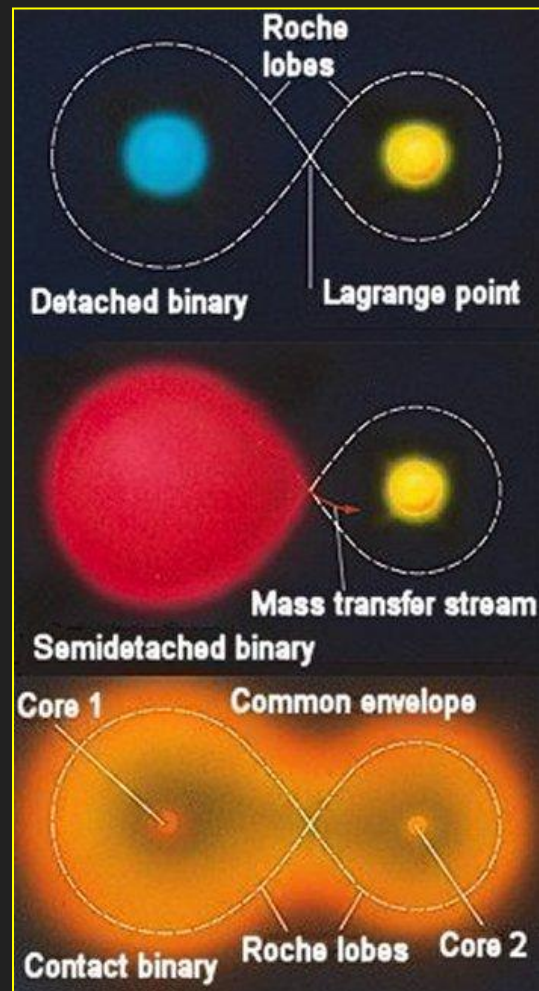
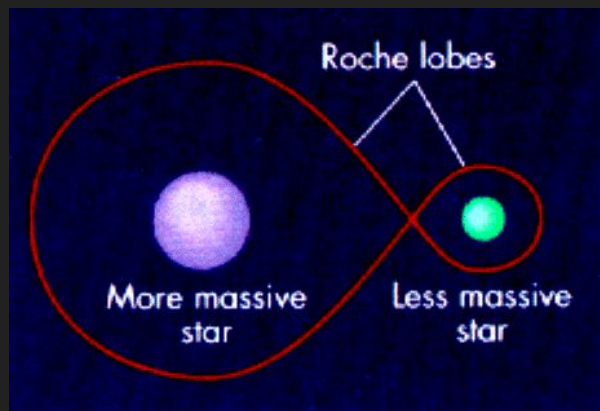
El centro de masa está más cerca de la componente de mayor masa (M_1).

¡No confundir el centro de masa (x) con L_1 !



Intersecciones de las superficies equipotenciales con el plano orbital (binaria de componentes cercanas con masas $M_1 = 0.85 M_{\text{sol}}$, $M_2 = 0.17 M_{\text{sol}}$ y separación $a = 0.718 R_{\text{sol}}$. Centro de masas del sistema en "X".

Clasificación de Binarias de componentes cercanas (en base a los lóbulos de Roche)



- Separadas ("Detached")
- Semi-separadas ("Semi-detached")
- En contacto ("Contact binary" o "Contact pair")

Semidetached Binaries

The appearance of a semidetached binary in which mass is transferred from a normal lobe-filling star to its companion depends largely on the physical nature of the detached companion.

- (1) If the detached component is a normal star, we have Algol-like systems. Most such systems are in the phase of slow mass transfer, where an evolved, less-massive star loses mass to an unevolved, more-massive companion. The latter is often the hotter but smaller star in the system; therefore, if eclipses occur, they are very deep.
- (2) If the detached component is a white dwarf, we have cataclysmic variables, novae, or dwarf novae. Between outbursts, the light from such systems is dominated by the accretion disk and a hot spot at its edge which is formed by the impact of the mass transfer stream. The outbursts in novae are believed to be thermonuclear, arising from a sudden, cataclysmic ignition of the hydrogen newly added to an otherwise hydrogen-exhausted white dwarf. Only a small amount of mass is ejected per outburst; so nova outbursts may repeat themselves in the same system after an appropriate passage of time.
- (3) If the detached component is a neutron star or black hole, we have X-ray binaries. Binary X-ray sources are believed to divide into two classes: low-mass systems, where mass transfer is effected by the classical mechanism of Roche-lobe overflow; and high-mass systems, where stellar winds may play a more dominant role. Where a neutron star is the detached companion, most of the X-rays arise when the accreting matter strikes the surface of the neutron star. Where a black hole is the detached companion, most of the X-rays arise when matter spiraling through an accretion disk is heated to very high temperatures outside the event horizon of the black hole.

Bibliografía recomendada para Binarias Cercanas: “The Physical Universe”, Shu

“The Physical Universe”, Shu

Evolución de un sistema binario con transferencia de masa sucesiva en ambos sentidos

1. Initial configuration (main sequence). The more-massive star evolves fastest, exhausting H core burning after 6.16×10^6 yrs. The main-sequence lifetime of the $6 M_{\odot}$ star is about ten times longer.

2. As the envelope expands following core H burning, the star fills its Roche lobe. Matter is transferred on a dynamical time-scale (process completed in about 2×10^4 yrs!) to an accretion disk surrounding the secondary. Time elapsed $\sim 6.18 \times 10^6$ yrs.

3. After about 5×10^5 yrs., the matter surrounding the secondary has been transferred, forming a $20.6 M_{\odot}$ hydrogen-rich star. The primary (now the less-massive star, with $M_1 = 5.4 M_{\odot}$) is a He-burning star that evolves through subsequent stages of nuclear burning, never expanding enough to fill its new Roche lobe. The secondary, meanwhile, proceeds to evolve as if it were a young H-burning star of about $20.6 M_{\odot}$. The He-burning primary completes core burning in about 6×10^5 yrs., then proceeds on to core C, O, and Si burning, each with a shorter lifetime. The star is now on the verge of becoming a supernova. Meanwhile the secondary continues its relatively slow main-sequence evolution. Notice that we now have a system in which the more-massive star is of main-sequence type, but the less-massive is the more-evolved. Time elapsed $\sim 6.7 \times 10^6$ yrs.

4. The evolved star goes supernova, expelling a shell of matter of mass $3.4 M_{\odot}$ and leaving a remnant of mass $M_R = 2 M_{\odot}$. The remnant implodes to densities in excess of 10^{12} g/cm³ and will rapidly (on a dynamical time-scale) collapse, becoming either a neutron star or a black hole. (There may be no qualitative differences between the observed properties in these two cases, particularly if there are no magnetic fields present). As shown in the next section, the supernova does not disrupt the binary, but the mass loss will increase the size of the orbit. It also gives the entire system a recoil momentum, and may produce significant orbital eccentricity.

5. The new equilibrium orbits of the $20.6 M_{\odot}$ main-sequence secondary and collapsed remnant have been reached. The system is a detached binary, possibly with eccentric orbits. Tidal interactions between the two stars will circularize the orbits in several million years. Time elapsed $\sim 6.76 \times 10^6$ yrs.

6. While on the main sequence, the secondary appears to be an O or B type star. Eventually it completes core H burning, its envelope expands, and it becomes a blue supergiant. During the first 3×10^4 yrs or so of the expansion phase, the star loses matter in the form of a stellar wind driven by the high radiation

pressure in its outer layers. As both stars rotate around the center of mass, the compact object (primary) accretes matter, much of whose gravitational potential energy is converted into x rays (see Section 17.4). During this stage of its evolution the stellar wind from the blue supergiant produces a matter density around the compact object that is small, and radiation escapes having undergone little or no interaction. It is therefore observed as x rays of luminosity comparable to that of x-ray sources such as Cygnus X-1. Time elapsed $\sim 12 \times 10^6$ yrs.

7. After 3×10^4 yrs the expanding blue supergiant fills its Roche lobe and a new stage of mass exchange begins, qualitatively similar to what occurred in stage 2. An accretion disk forms around the compact star and converts much of the x radiation into ultraviolet or even visible wavelengths. The only x rays likely to escape the system will be those that are emitted by the primary normal to the orbital plane (actually, normal to the plane of the accretion disk). Time elapsed $\sim 12.03 \times 10^6$ yrs.

The intense radiation emerging from the infall of matter onto the compact star's strong gravitational field ($\sim 10^3$ times greater than the potential energy of the surface of the $6 M_{\odot}$ main-sequence secondary in stage 2) regulates the rate of accretion as (discussed in Section 24.4) and limits the luminosities to values near the Eddington limit of 10^{38} ergs/sec. It is therefore likely that the compact object will grow in mass gradually.

Disruption of Binary Systems

When a star in a binary system goes supernova, it expells a shell of matter (typical velocities 2 to 7×10^3 km/sec) that ultimately escapes from the system. This decreases the gravitational force between the two remaining stars in a time roughly equal to the binary's radius divided by the velocity of the ejected material

$$t \approx \frac{a}{v_{ej}} = \frac{R_{\odot}}{v_{ej}} \left(\frac{a}{R_{\odot}} \right) = 10^{-3} (P \sqrt{M/M_{\odot}})^{2/3} \text{ days}, \quad (17.26)$$

with P in days and $v_{ej} = 10^4$ km/sec. The quantity a/R_{\odot} has been eliminated using Kepler's law. Typically $P \sim$ days and $M \sim 10 M_{\odot}$ for close binaries; so, to order of magnitude, $(P \sqrt{M/M_{\odot}})^{2/3} \sim 6$ days and t will be small compared to the binary period. For this

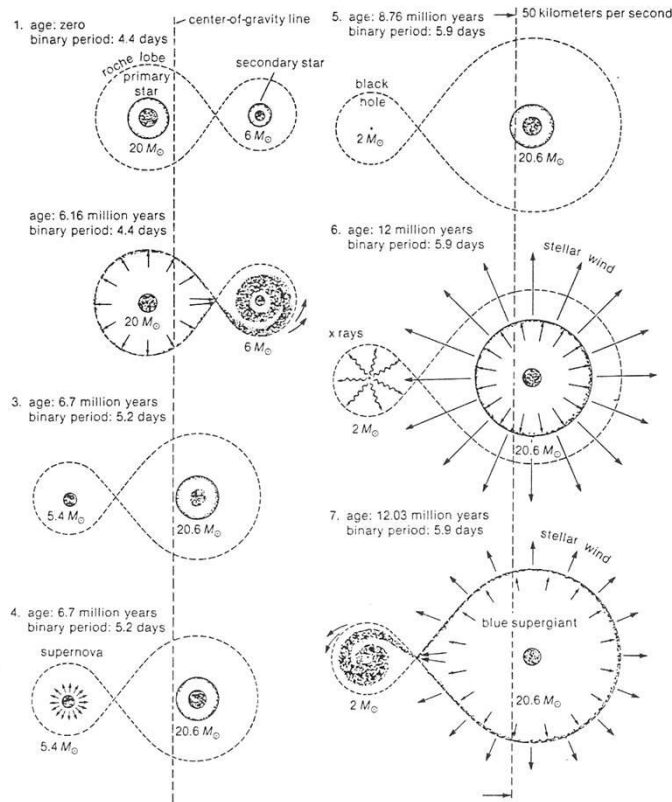
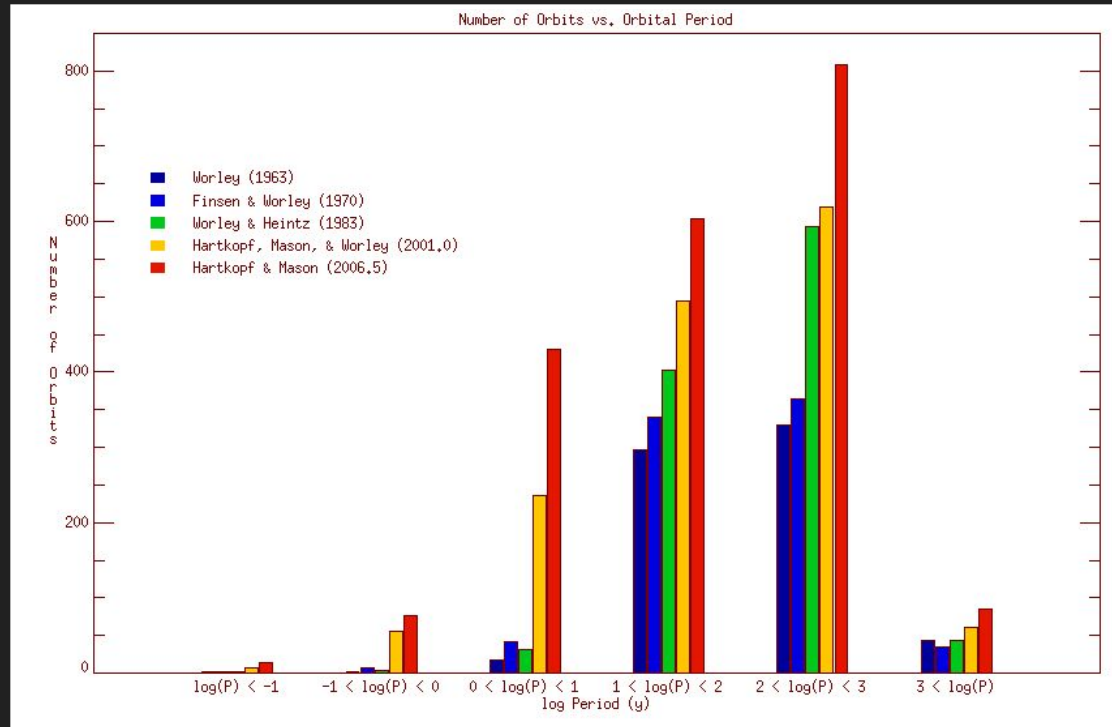


Figure 17.11. Evolution of a binary system containing a blue supergiant and a black hole.

Análisis estadístico de distintos tipos de binarias: binarias visuales

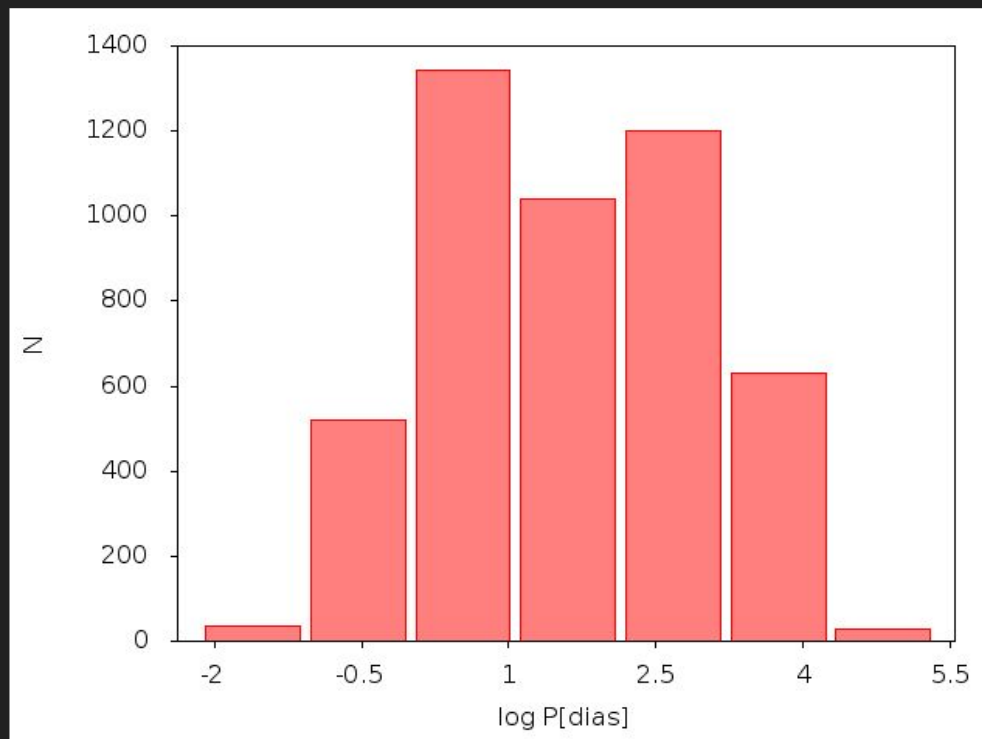


Sixth Catalog of Orbits of Visual Binary Stars” / 2800 órbitas

Hartkopf et al. 2006, US Naval Observatory (actualizado constantemente)

<https://ad.usno.navy.mil/wds/orb6.html>

Análisis estadístico de distintos tipos de binarias: binarias espectroscópicas

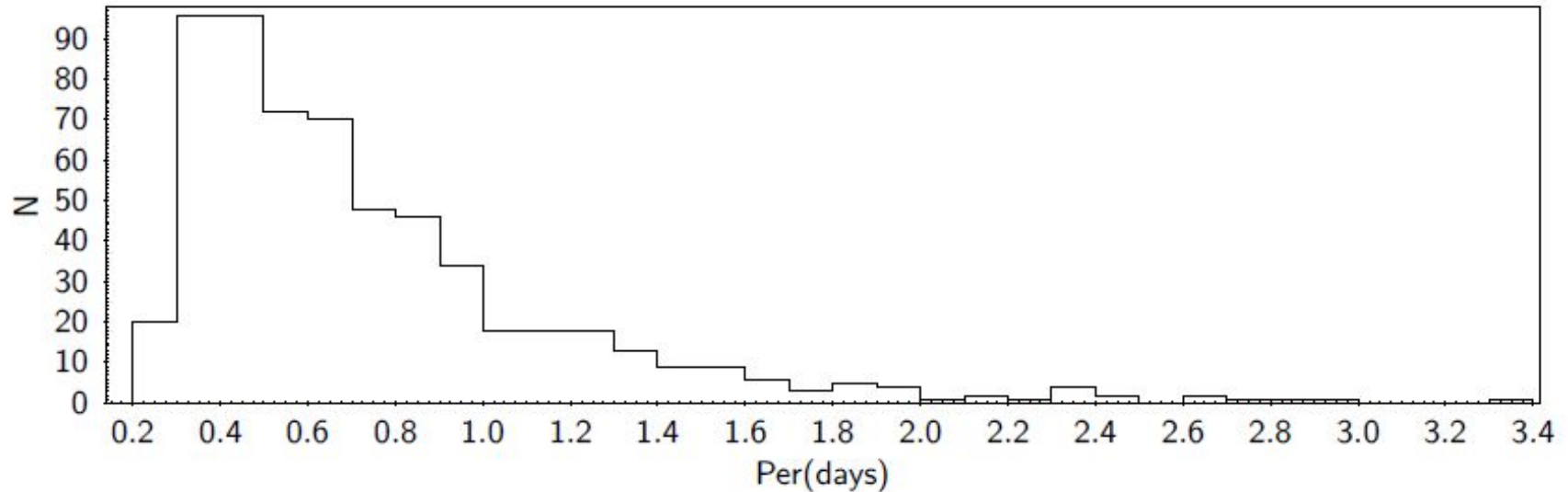


“SB9: Ninth catalog of spectroscopic binary orbits” / 4800 órbitas

Pourbaix et al. 2004, A&A 424, 727 (actualizado constantemente)

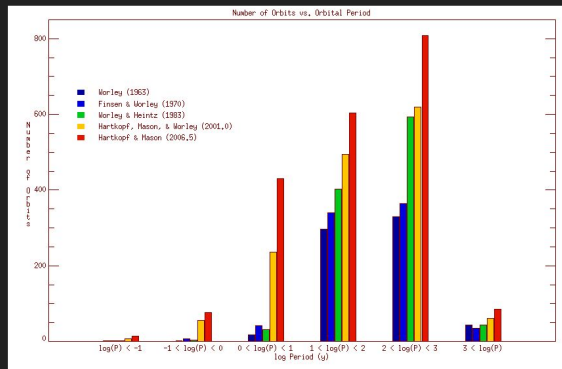
<http://sb9.astro.ulb.ac.be/mainform.cgi>

Análisis estadístico de distintos tipos de binarias: Binarias eclipsantes tipo Algol

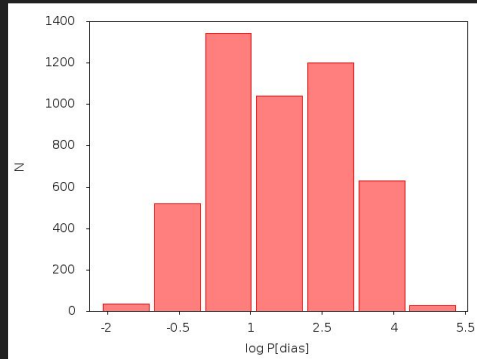


**“Updated catalog of 4680 northern eclipsing binaries (EBs)
with Algol-type light-curve”**

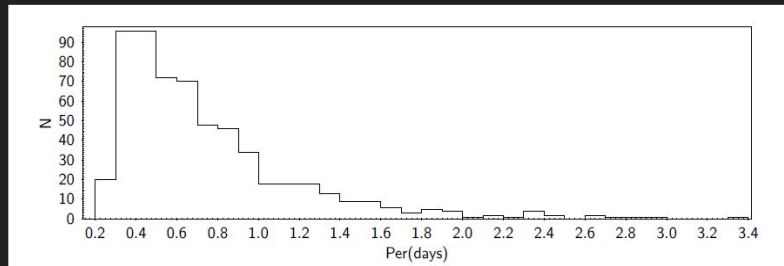
Papageorgiou et al. 2018, ApJS, 238, #4



$\log P$ [años] Binarias visuales

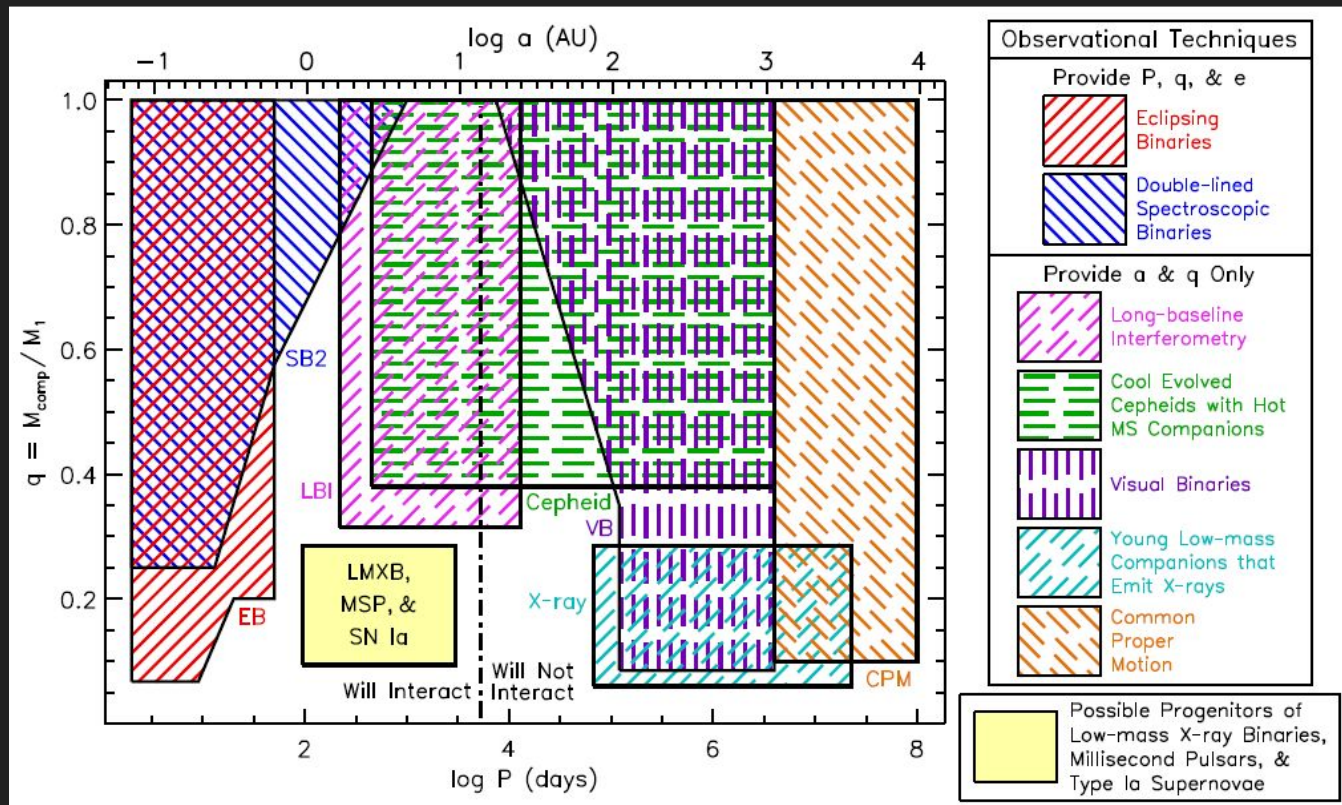


$\log P$ [días] Binarias espectroscópicas



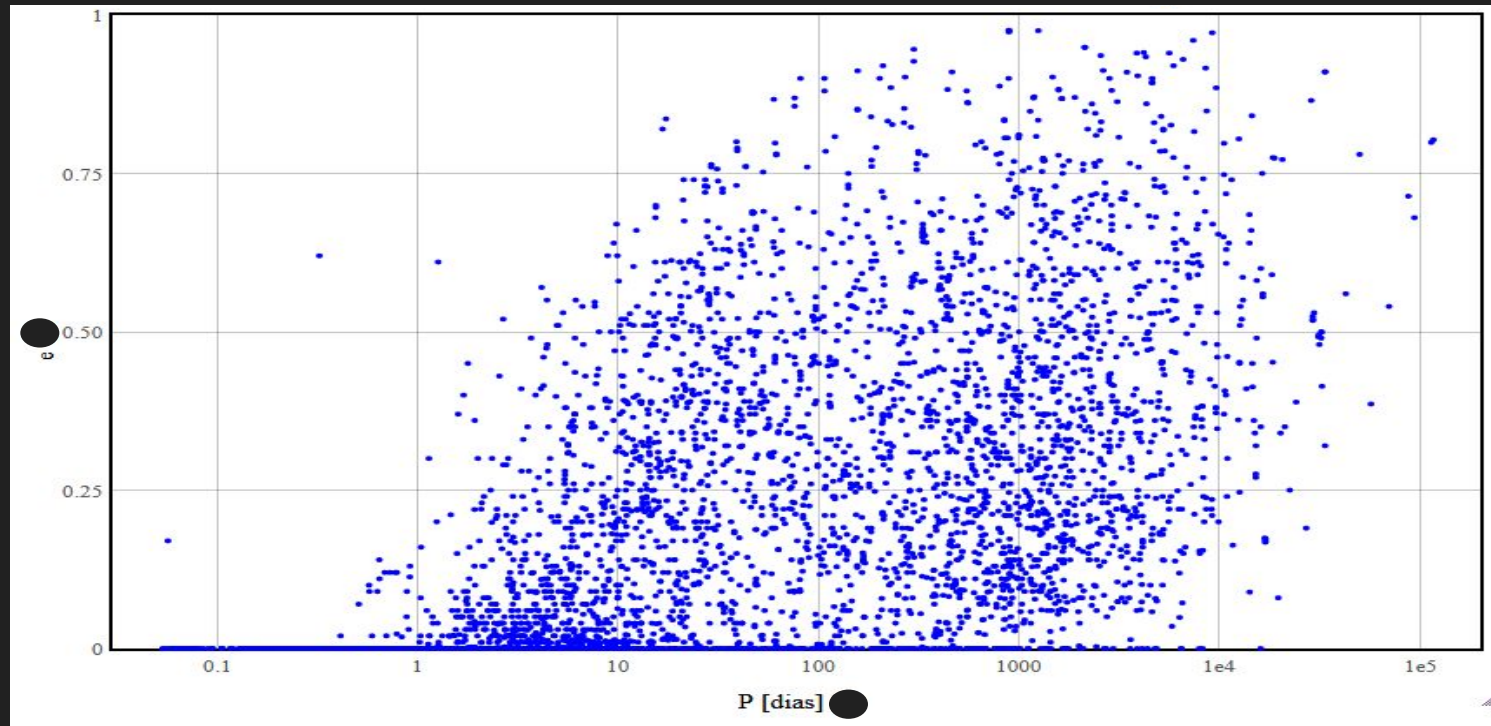
P [días] Binarias eclipsantes tipo Algol

Análisis estadístico de binarias con primaria tipo O,B V: cociente de masas q vs. log período P



Moe & Di Stefano 2017, ApJS 230, 15

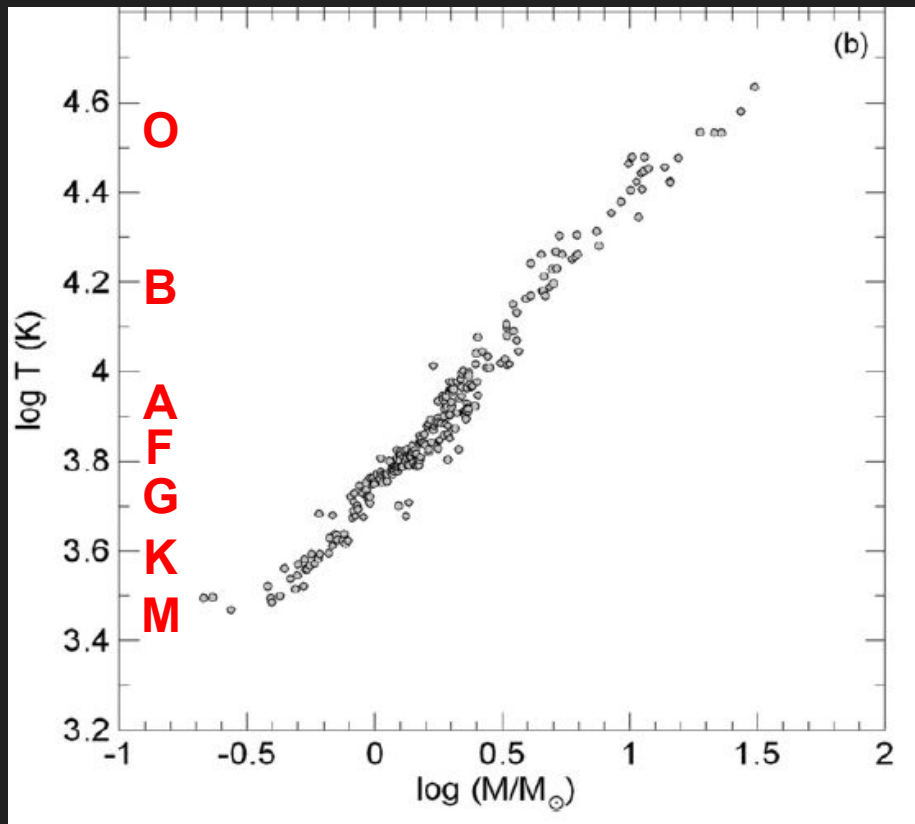
Análisis estadístico de distintos tipos de binarias: Binarias espectroscópicas, 4800 sistemas



“SB9: The ninth catalogue of spectroscopic binary orbits”
Pourbaix et al. 2004, A&A 424, 727 / actualizado constantemente

Masas estelares

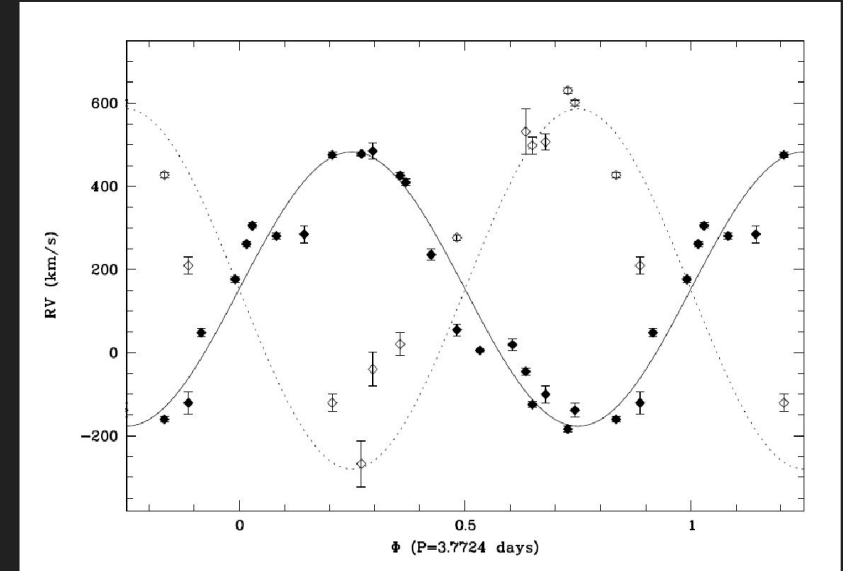
Relación T_{ef} vs. Masa estelar para una muestra de estrellas cercanas de Secuencia Principal (“enanas”, clase de luminosidad V)



Estrellas de gran masa: “VMS very massive stars” con masas $M > 100 M_{\odot}$

Table 3. Orbital parameters for both the primary and the secondary component of A1 from the combined, weighted fit, forcing a circular solution. The inclination angle and the period have been adopted from Moffat et al. (2004).

Parameter	Primary	Secondary
P [days]		3.7724
i [$^{\circ}$]		71
e		0
E_0 [2,450,000.5+]	3765.25 \pm 0.03	
γ [kms $^{-1}$]		153 \pm 12
K [kms $^{-1}$]	330 \pm 20	433 \pm 53
σ_{o-c} [kms $^{-1}$]	42	82
M [M_{\odot}]	116 \pm 31	89 \pm 16



En el cúmulo abierto Galáctico NGC 3603, muy joven (10^6 años), masivo y denso: binaria espectroscópica y eclipsante A1, ambas componentes son WR.

Schnurr et al. 2008, MNRAS 389, L38

Candidatas a VMS:

En la región de formación estelar 30 Dor (región HII) en la Nube Mayor de Magallanes (LMC).

i desconocida \Rightarrow masas aprox.

Melnik 34: binaria espect. SB2, fuente intensa de rayos X, ambas componentes son WR.

<i>Evolutionary modelling: BONNSAI</i>		
Parameter	Star A	Star B
$\log (L^*/[L_{\odot}])$	$6.41^{+0.09}_{-0.08}$	$6.35^{+0.08}_{-0.09}$
X_{He} [%]	33^{+3}_{-8}	33^{+3}_{-8}
v_{rot} [km s^{-1}]	240^{+171}_{-20}	250^{+170}_{-29}
T [K]	54388^{+327}_{-822}	54355^{+339}_{-855}
$\log (\dot{M}^*/[M_{\odot}\text{yr}^{-1}])$	$-5.00^{+0.13}_{-0.11}$	$-5.06^{+0.11}_{-0.12}$
Age [Myrs]	0.5 ± 0.3	0.6 ± 0.3
M_{cur} [M_{\odot}]	139^{+21}_{-18}	127^{+17}_{-17}

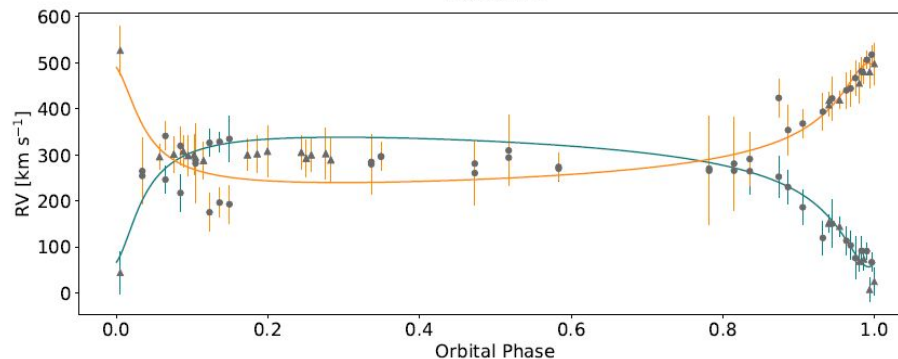


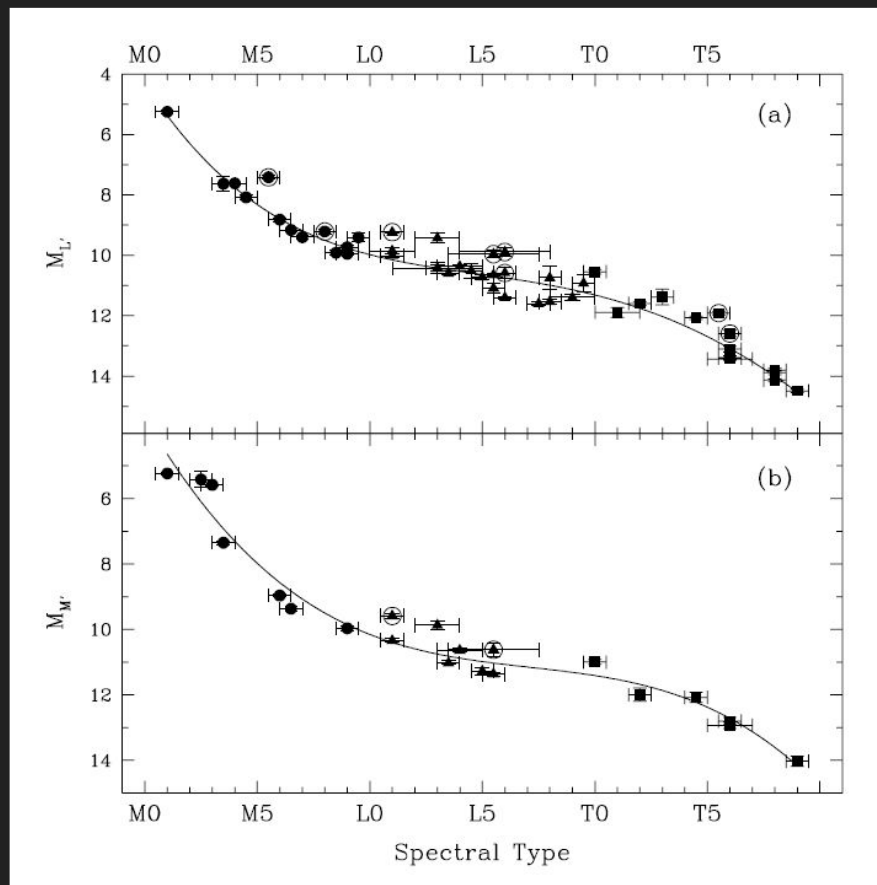
Figure 9. Best fitting radial-velocity curve for the VLT/UVES and Gemini/GMOS data providing the parameters for solution UG1.

Diagrama color-magnitud (DCM) de estrellas de menor masa: tipos M, L y T

L' : 3.4 - 4.1 μm

M' : 4.6 - 4.8 μm

(filtros NIR - MKO)



Golimowski et al. 2004, AJ 127, 3516

Espectros de estrellas O5 a M5:

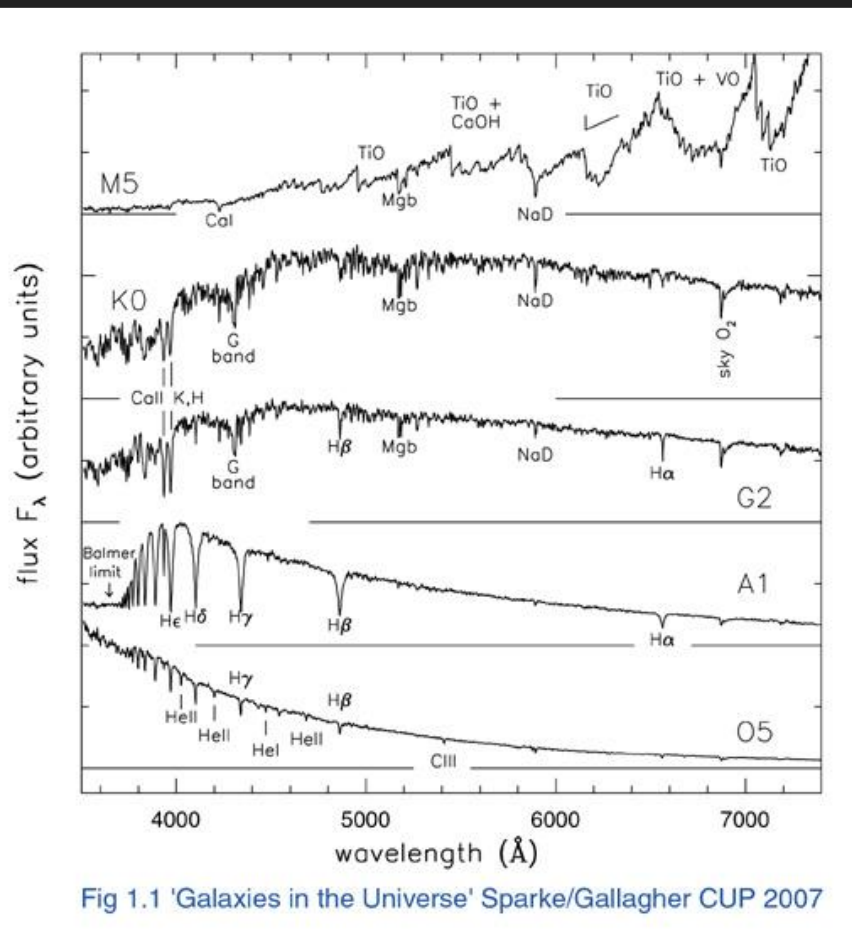
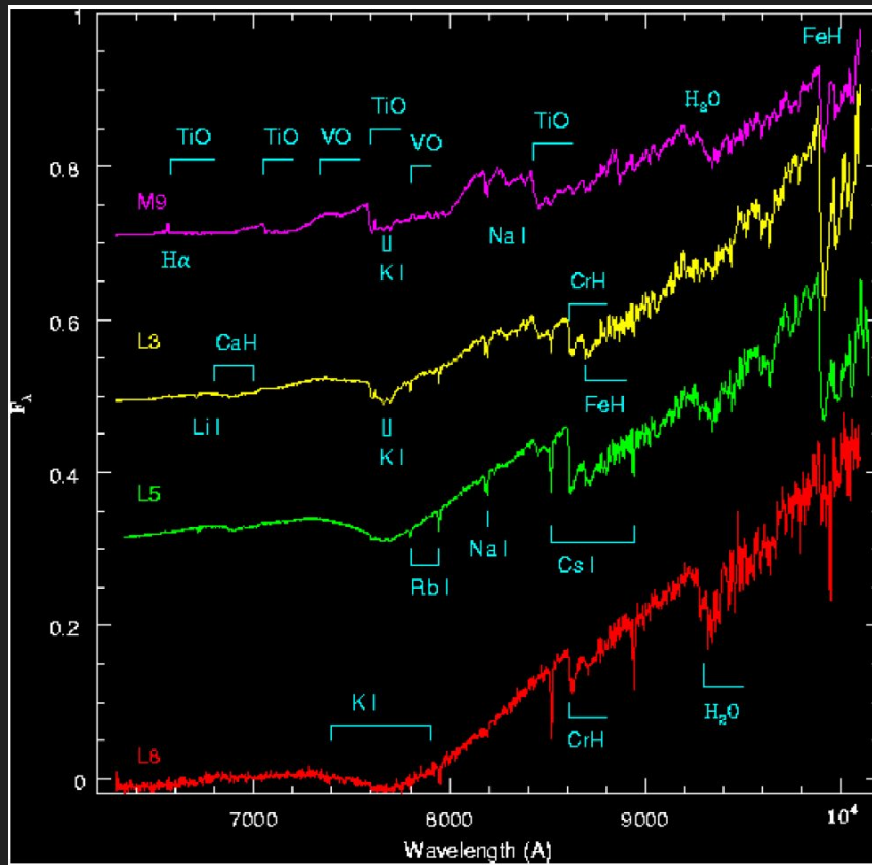


Fig 1.1 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

Estrellas de menor masa: tipo L



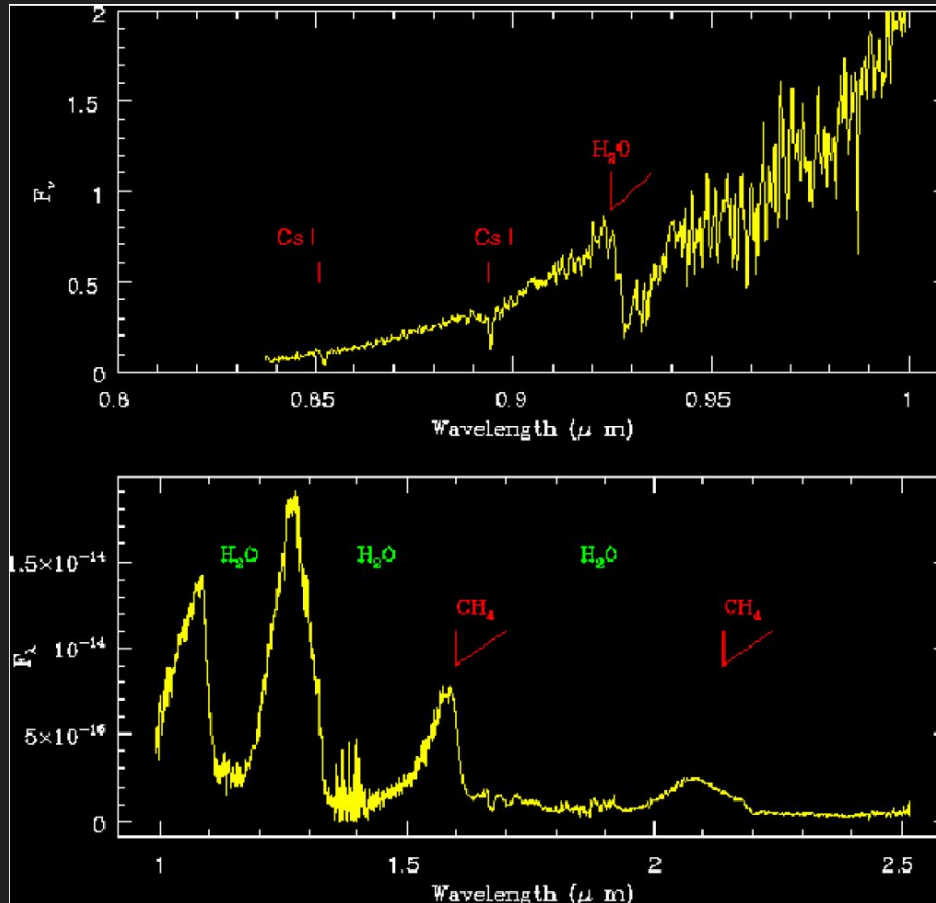
TiO, VO / CaH, FeH,
H₂O, Li I, K I, Na I,
Rb I, Cs I

$T_{ef} \sim 1300 - 2000 \text{ }^\circ\text{K}$

“L dwarf and T dwarf spectral classification” <http://www.stsci.edu/~inr/ldwarf1.html>

Estrellas de menor masa: tipo T

CH_4 , H_2O



$13 M_{\text{JUP}} < M < 75 M_{\text{JUP}}$

$M < \sim 0.07 M_{\odot}$

“L dwarf and T dwarf spectral classification” <http://www.stsci.edu/~inr/ldwarf1.html>

DCM de estrellas O hasta T, en IR:

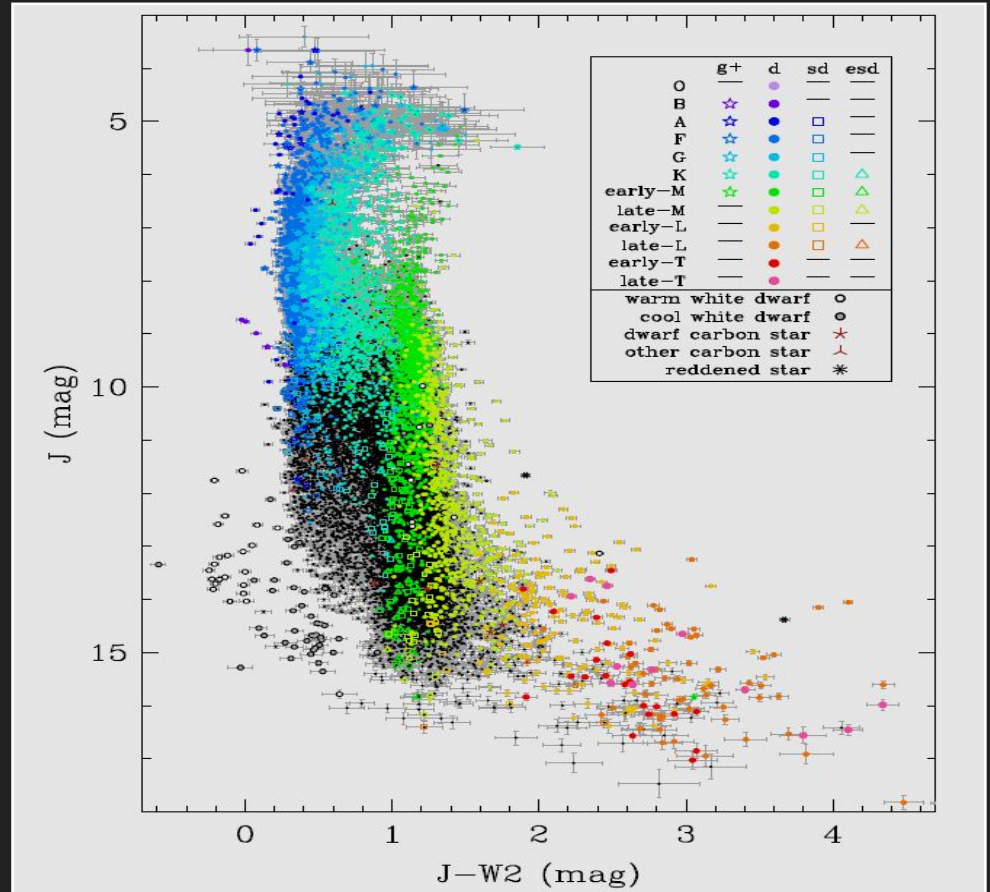
All WISE 2DR: Second Data Release
(coord., mag. W1 y W2, mov.)

+

2MASS J, H, K mag

bandas W1, W2: 3.4, 4.6 μm

(WISE: NASA Wide IR Survey Explorer)



Kirkpatrick et al. 2016, ApJS 224, 36

Estrellas de menor masa: tipo Y

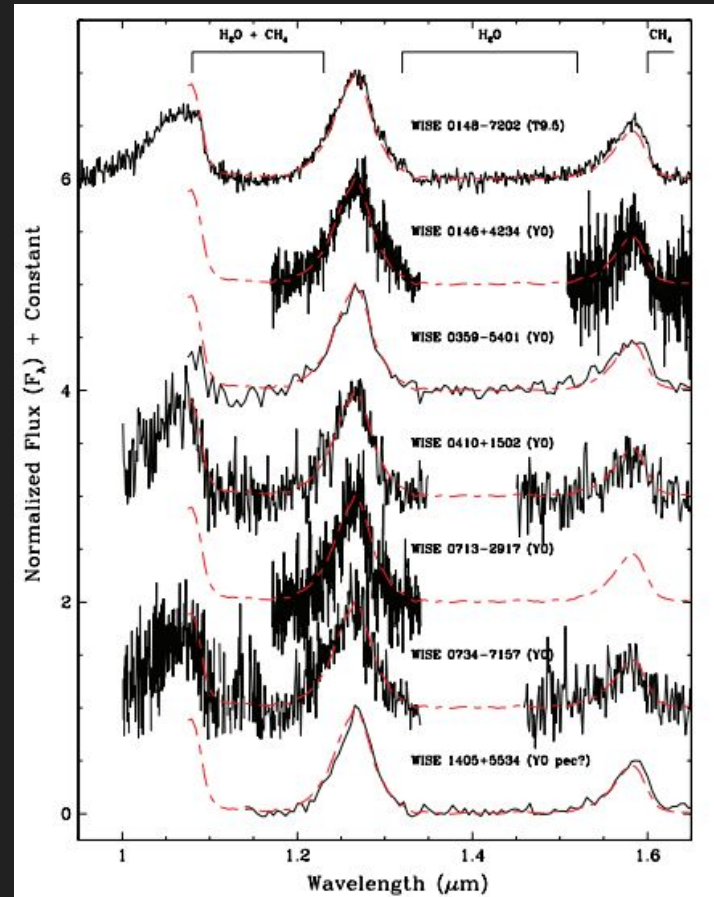
Y0, Y1, Y2

$d \leq 20$ pc

$T_{eff} < 500$ K (Leggett et al. 2016)

masas (por modelos) = 2 a 30 M_{JUP}

espectros: CH_4 , H_2O ; NH_3



Kirkpatrick et al. 2012, ApJ 753, 156

DCM incluyendo estrellas enanas tipo Y

filtro H: $1.6 \mu\text{m}$

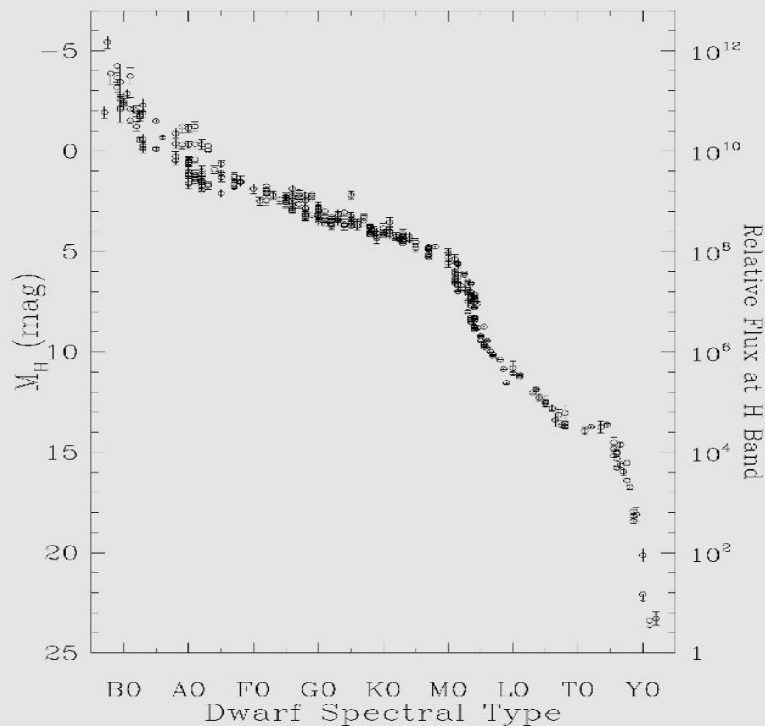


Fig. 10.— A Hertzsprung-Russell diagram at H -band showing the Y dwarfs in context with other field brown dwarfs and main sequence stars. The intrinsically faintest Y dwarf so far recognized is roughly twelve orders of magnitude fainter than an O-type main sequence star at this wavelength.

Sistemas múltiples

Sistemas Múltiples

Son sistemas estelares de 3 o más componentes.

Veramendi et al. (2014): “*For solar-type stars, ... systems with multiplicity of order three or greater represents approximately 25% of the total of binary and multiple systems, while this fraction is 21% for low-mass stars (Duchêne & Kraus 2013)*”

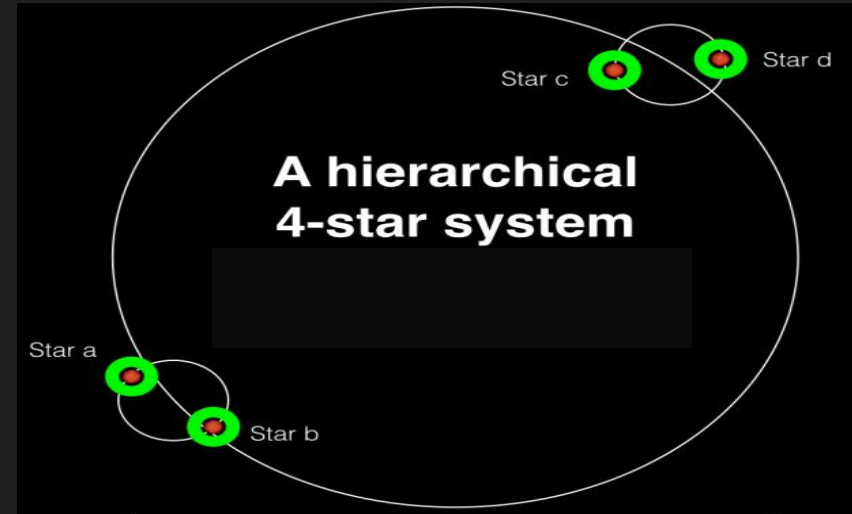
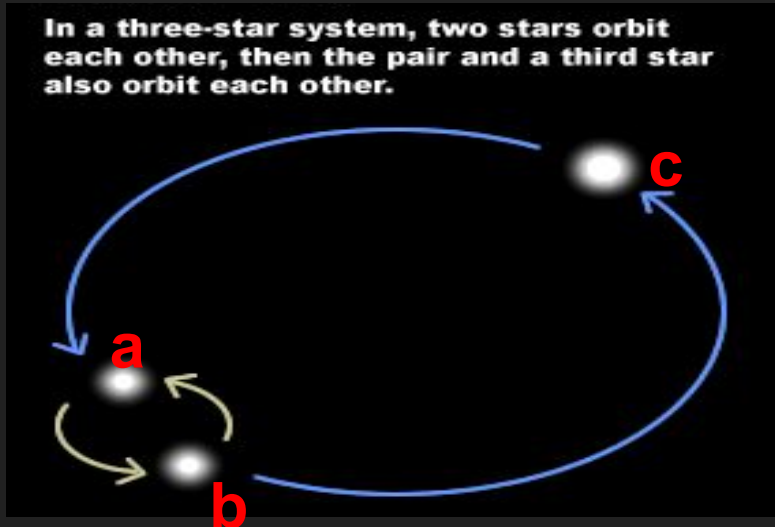
“The Updated Multiple Star Catalog” Tokovinin et al. (2018): 2000 sistemas jerárquicos (raros casos de 6 y 7 componentes).

El movimiento de 3 o más cuerpos *no siempre admite soluciones estables*, en particular cuando las separaciones entre componentes son del mismo orden de magnitud, y análogamente las masas.

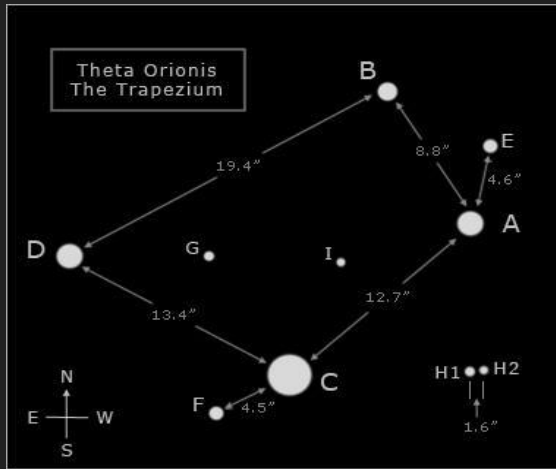
Tipos de sistemas múltiples:

- “**Jerárquicos**” (estables)
- “**Trapezio**” (inestables)

Jerárquicos: sistemas que pueden “desacoplarse” y ser considerados como conjunto de “problemas de 2 cuerpos”. Son estables. Ej.: un sistema de 3 cuerpos puede tratarse como un *problema de 2 cuerpos* (estable) si hay 2 componentes muy cercanas (a + b) y la 3era componente (c) está mucho más lejos. O un sistema de 4 cuerpos si están ordenados como 2 binarias y puede “desacoplarse” como un sistema de 2 cuerpos, siendo c/u de ellos una binaria (a+b y c+d). Este último ha sido el caso de binarias visuales, que luego se descubrió que c/u de ellas era a su vez una binaria espectroscópica.



Trapezios: llevan este nombre por el grupo “Trapezium” (θ^1 Ori). Son sistemas en los que las separaciones entre las componentes son del mismo orden. Su estabilidad es muy limitada. En gral. son estrellas tipo O y B, sumergidas en nebulosas de emisión donde se han formado. Pequeñas asociaciones o sub-grupos de estrellas tempranas. Serían transitorios, y su destino es: 1. disgregarse totalmente o 2. reordenarse y pasar a ser un sistema jerárquico (a veces eyectando una o más estrellas a *alta velocidad*).



Stellar System Disintegration In Orion Nebula



This three-frame illustration shows how a grouping of stars can break apart, flinging the members into space. Panel 1: members of a multiple-star system orbiting each other. Panel 2: two of the stars move closer together in their orbits. Panel 3: the closely orbiting stars eventually either merge or form a tight binary. This event releases enough gravitational energy to propel all of the stars in the system outward (like “high-velocity” stars), as shown in the third panel.

Credit: NASA, ESA, and Z. Levy (STScI)

