Electromagnetismo - Curso 2016

Práctica N^o 9 - Radiación

57- Sean $\vec{A}$ y Φ las soluciones retardadas de las ecuaciones diferenciales dadas por:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} &= -\mu_0 \vec{J} \\ \nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} &= -\frac{\rho}{\epsilon_0} \end{aligned}$$

Verifique que si $\vec{A}$ y Φ cumplen la condición de Lorentz,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$

entonces, ρ y $\vec{J}$ satisfacen la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

58- Considere un circuito cerrado sobre cierta curva arbitraria C, por el que circula una corriente variable con el tiempo $I(t)$. Verifique que una generalización de la ley de Biot-Savart para corrientes dependientes del tiempo tiene la forma siguiente:

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_1(\vec{r}, t) + \vec{B}_2(\vec{r}, t)$$

donde

$$\begin{aligned} \vec{B}_1(\vec{r}, t) &= k' \int_C \frac{I(t - \frac{|\vec{r}-\vec{r'}|}{c})}{|\vec{r}-\vec{r'}|^2} \vec{dl} \times \frac{(\vec{r}-\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|} \\ \vec{B}_2(\vec{r}, t) &= \frac{k'}{c} \int_C \frac{\partial I(t - \frac{|\vec{r}-\vec{r'}|}{c})}{\partial t} \frac{\vec{dl}}{|\vec{r}-\vec{r'}|} \times \frac{(\vec{r}-\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|} \end{aligned}$$

59- Una esfera posee una distribución de carga esféricamente simétrica, y oscila en forma radial manteniendo permanentemente su simetría.

a) Muestre que este sistema no irradia.

b) Calcule los campos eléctrico y magnético en puntos exteriores al máximo radio de la esfera.

60- Un anillo cuya densidad de carga varía con el coseno del ángulo, rota con velocidad angular ω constante alrededor de un eje perpendicular al plano del anillo.

a) Calcule el potencial vector en zonas lejanas en la aproximación dipolar.

b) Derive los campos eléctrico y magnético en dicha región.

c) Calcule la potencia media irradiada por unidad de ángulo sólido como función de la dirección.

61- Determine los campos cercanos en el entorno de una antena dipolar. Analice las condiciones bajo las cuales es válida la aproximación.

62- Dos partículas de carga q se mueven sobre una misma órbita circular de radio R_0 con frecuencia angular ω constante ($\omega R_0 << c$), manteniéndose en posiciones diametralmente opuestas.

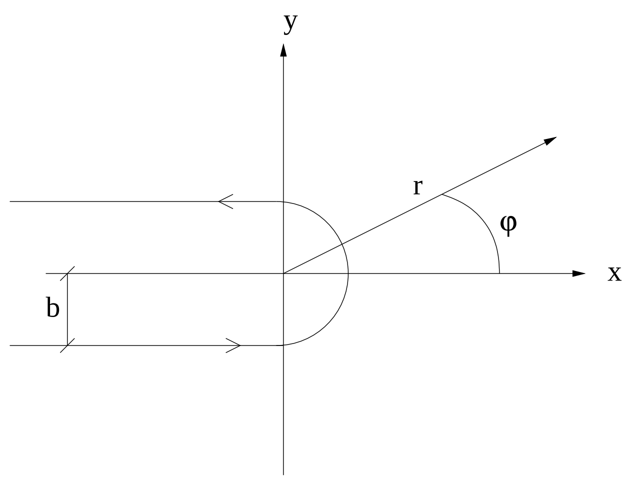
a) Calcule los campos de radiación en regiones cuya distancia al centro de la órbita es mucho mayor que el radio de la misma.

b) Calcule las potencias instantánea y promedio emitidas por unidad de ángulo sólido.

c) Grafique los lóbulos de radiación correspondientes al promedio temporal de la potencia emitida por unidad de ángulo sólido.

63- Tres cargas están ubicadas a lo largo del eje z: una carga $2q$ se encuentra en el origen y dos cargas $(-q)$ en $z = \pm l\ cos(\omega t)$. Desarrollando los campos de radiación hasta términos lineales en v/c y considerando $|r| >> l$, obtener la potencia emitida por unidad de ángulo sólido y la potencia total irradiada. Grafique.

64- Una partícula de carga q realiza en el plano $z = 0$ un movimiento rectilíneo uniforme con velocidad v en la dirección x hasta el punto $x = 0, y = -b$, en que es acelerada hacia el origen realizando un movimiento circular uniforme de radio b y con igual módulo de la velocidad que en el primer tramo. Después de recorrer media circunsferencia deja de



estar acelerada y continúa en movimiento rectilíneo. A $t = 0$ pasa por $y = 0$.

Obtener los campos de radiación en un punto $\vec{r}$ sobre el plano de la trayectoria y en un instante t. Suponer $r >> b$ y $v << c$. Hallar la energía por unidad de ángulo sólido recibida en puntos de ese plano. Indicar claramente el intervalo de tiempo en el que llega radiación al punto $\vec{r}$.