Electromagnetismo - Curso 2016

Práctica N^o 8 - Ondas

47- Un pulso electromagnético se propaga en el vacío en la dirección positiva del eje z. En el instante $t = 0$ el campo eléctrico está dado por

$$E_y = E_0 \; exp[-(z^2/2\delta^2)]$$
$$E_x = E_z = 0$$

donde δ es un parámetro. Hallar la función que describe las amplitudes del desarrollo en ondas monocromáticas. Calcule los campos eléctrico y de inducción magnética en cualquier instante y el vector de Poynting como función de la posición y del tiempo.

48- Consideremos dos funciones periódicas en el tiempo dadas por

$$A(\vec{r},t) = A_0(\vec{r}) \; e^{-i\omega t}$$
$$B(\vec{r},t) = B_0(\vec{r}) \; e^{-i\omega t}$$

donde $A_0(\vec{r})$ y $B_0(\vec{r})$ son funciones complejas arbitrarias. Pruebe que el promedio temporal del producto de estas funciones definido del modo usual, viene dado por

$$< A.B >= \frac{1}{T}\int_0^T Re(A)Re(B)dt = \frac{1}{2}Re[A.B^*] = \frac{1}{2}Re[A_0.B_0^*]$$

49- Consideremos una onda electromagnética plana, monocromática que se propaga a lo largo del eje z. Una descripción matemática general de la polarización puede construírse a partir de campos de la forma siguiente

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 exp[i(k_z z - \omega t)]$$

donde $\vec{E}_0$ es perpendicular al eje z y sus componentes son constantes complejas con módulos $|E_x^0|$ y $|E_y^0|$ y fases δ_x y δ_y, respectivamente.

a) Verifique que en general las componentes del campo eléctrico se relacionan en cada punto de la siguiente manera

$$\left(\frac{Re(E_x)}{|E_x^0|}\right)^2 + \left(\frac{Re(E_y)}{|E_y^0|}\right)^2 -$$
$$2\frac{Re(E_x)Re(E_y)}{|E_x^0||E_y^0|}(\sin(\delta_x).\sin(\delta_y) + \cos(\delta_x).\cos(\delta_y)) = \sin^2(\delta_y - \delta_x)$$

b) Encuentre las combinaciones de amplitudes y fases que llevan a que los vectores eléctricos en cada punto describan una recta, una circunferencia, o una elipse.

50- Una onda plana monocromática de frecuencia ω incide en una interface vacío-dieléctrico (z=0) formando un ángulo θ con la normal. Dicha onda está polarizada con la inducción magnética $\vec{B}$ perpendicular al plano de incidencia (modo transverso magnético).

a) Obtenga las ondas reflejada y transmitida.

b) Considere la interfaz plana entre dos medios dieléctricos, cuyas permitividades respectivas son ϵ_1 y ϵ_2 respectivamente. Determine la reflectancia y la transmitancia como funciones del ángulo de incidencia .

c) Calcule el ángulo θ para el cual se anula el coeficiente de reflexión (ángulo de Brewster).

d) Pruebe que en las condiciones del punto b el ángulo de incidencia y el ángulo de refracción son complementarios.

51- Una onda plana monocromática de frecuencia ω incide en una interface dieléctrico - vacío (z=0) formando un ángulo θ con la normal. Dicha onda está polarizada con el campo eléctrico $\vec{E}$ perpendicular al plano de incidencia (modo transverso eléctrico).
a) Calcular los campos de las ondas incidente, reflejada y transmitida.
b) Analizar en particular el caso $\theta > \theta_C = \text{arcsen } (\epsilon_0/\epsilon)^{1/2}$.
c) Obtener $< S_z >$ para las tres ondas y mostrar que
$< S_z^i >= | < S_z^r > | + < S_z^t >$.
Suponer que el dieléctrico tiene $\mu = \mu_0$.

52- Considere una lámina de vidrio de caras paralelas, tal que una de sus caras se encuentra en contacto con agua y la otra con vacio. Una onda electromagnética plana linealmente polarizada, incide desde el vacio en dirección perpendicular a las superficies del vidrio. Si la amplitud de oscilación del campo eléctrico de la onda incidente es E_0 y su frecuencia angular es ω, determine los campos eléctrico y magnético en todas partes.

53- Considere una lámina dieléctrica de caras plano-paralelas y espesor a, sobre la cual incide normalmente una onda plana homogénea monocromática linealmente polarizada de frecuencia ω,campo eléctrico E_0. Obtenga los campos de las ondas reflejada y trasmitida. Suponga que la lámina tiene permitividad ϵ y permeabilidad μ_0.

54- Calcule en forma aproximada la resistencia por unidad de longitud para corriente alterna de frecuencia ω de un conductor cilíndrico rectilíneo de radio a, conductividad σ y permitividad ϵ (con $\sigma/(\epsilon\omega) >> 1$). Suponga que a es mucho mayor que la longitud de penetración δ.

55- Los submarinos podrían ser detectados por radares ? (Obviamente, trate el caso no trivial en que el submarino está sumergido)

56- Un plasma se encuentra totalmente ionizado. Esto significa que cada átomo que lo compone ha cedido, por ejemplo, un electrón; el conjunto de todos estos electrones y los iones positivos correspondientes puede pensarse como una mezcla de fluídos de cargas negativas y positivas, respectivamente. Para este caso, un modelo simplificado para la permitividad eléctrica viene dado por

$$\epsilon(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2$$

donde la frecuencia de plasma ω_p está dada por

$$\omega_p^2 = \frac{N_e\, e^2}{\epsilon_0\, m}$$

siendo m la masa del electrón y N_e la densidad volumétrica de electrones.

a) ¿Para que frecuencias hay transmisión de ondas electromagnéticas?

b) Calcular el índice de refracción $n(\omega)$, la velocidad de fase y la velocidad de grupo.