Mecánica Cuántica - Curso 2016

Práctica N^o 8: Momento angular, potenciales centrales y espín

1. Muestre que en un autoestado de L_z se cumple que $\langle L_x \rangle = \langle L_y \rangle = 0$.

2. Para un oscilador armónico isotrópico $V(r) = \frac{1}{2}\omega^2 r^2$,

   a) construir las autofunciones de L^2 y L_z en términos de los estados ψ_{n_x,n_y,n_z} para $n = 0$ y $n = 1$, con $n = n_x + n_y + n_z$.

   b) Si el sistema se encuentra en el estado $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{0,0,0} + \psi_{1,0,0})$, ¿ qué valores de L^2 y L_z pueden medirse y con qué probabilidades?

3. Resolver la ecuación de Schrödinger para el caso de un pozo esférico infinito.

4. Dado un electrón en el siguiente estado de espín $\chi = C_N \binom{3i}{4}$.

   a) Determine la constante de normalización C_N.

   b) Encuentre las incertezas de cada una de las componentes cartesianas del espín. Recuerde que $\sigma_{S_i} = \sqrt{< S_i^2 > - < S_i >^2}$.

5. Considere el Hamiltoniano dado por $\hat{H} = \hbar\omega S_x$. Resuelva la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo con la condición inicial $|\psi(0)\rangle = \binom{1}{0}$ y obtenga (e interprete) la cantidad $|\langle\psi(0)|\psi(t)\rangle|^2$.

6. Un electrón bajo la influencia de un campo de inducción magnética en la dirección del eje cartesiano y tiene, inicialmente, su espín en la dirección x. Calcule la probabilidad de encontrarlo con su espín apuntando en la dirección z-positiva. Considere únicamente la intereacción entre el campo externo y el momento dipolar magnético de espín, $\mathcal{H} = -\mu \cdot \mathbf{B} \equiv \omega S_y$.

7. Sean $\mathbf{s_1}$ y $\mathbf{s_2}$, los operadores de espin 1/2, de un sistema de dos partículas. Escriba los elementos de la base de los operadores $\mathbf{s_1^2}$, $s_{z,1}$, $\mathbf{s_2^2}$ y $s_{z,2}$. A partir de estos elementos, construya los autovectores correspondientes a los operadores $\mathbf{s_1^2}$, $\mathbf{s_2^2}$, $\mathbf{s^2}$ y s_z, donde $\mathbf{s} = \mathbf{s_1} + \mathbf{s_2}$. Estudie la simetría de estos autovectores frente a la permutación de las partículas 1 con 2.

8. Considere una partícula sin espín que es representada por la función de onda dada por $\psi = K[x + y + 2z]\mathrm{e}^{-\alpha r}$, donde r es la coordenada radial tradicional, K la constante de normalización y $\alpha > 0$.

   a) Calcule el momento angular total de la partícula.

   b) Caclule el valor de expectación de la componente z del momento angular.

   c) Calcule la probabilidad de que al realizar una medición de L_z el resultado sea $\hbar$.