Mecánica Cuántica - Curso 2017

Práctica N^o 6: Aplicaciones del método WKB

1. El hamiltoniano de un oscilador armónico es

$$H = \frac{1}{2m}\left(p^2 + m^2\omega^2 x^2\right)$$

   Calcule, utilizando la aproximación WKB, los niveles de energía del oscilador armónico y las respectivas funciones de onda (en la región entre puntos clásicos de retorno) para los primeros 5 niveles de energía, luego compare con los resultados exactos obtenidos en la práctica anterior.

2. Muestre que, en la aproximación de WKB, el coeficiente de transmisión para una partícula de masa m y energía E a través de una barrera de potencial $V(x)$, está dada por la expresión,

$$T = e^{-2L}\,(1 + \frac{1}{4}e^{-2L})^{-2},$$

   donde,

$$L = \frac{1}{\hbar}\int_a^b |p(x)|dx.$$

   Aplique este resultado para el caso particular de una barrera de potencial parabólica, es decir:

$$V(x) = V_0(1 - x^2/x_0^2), \quad \text{si} \quad |x| < x_0$$

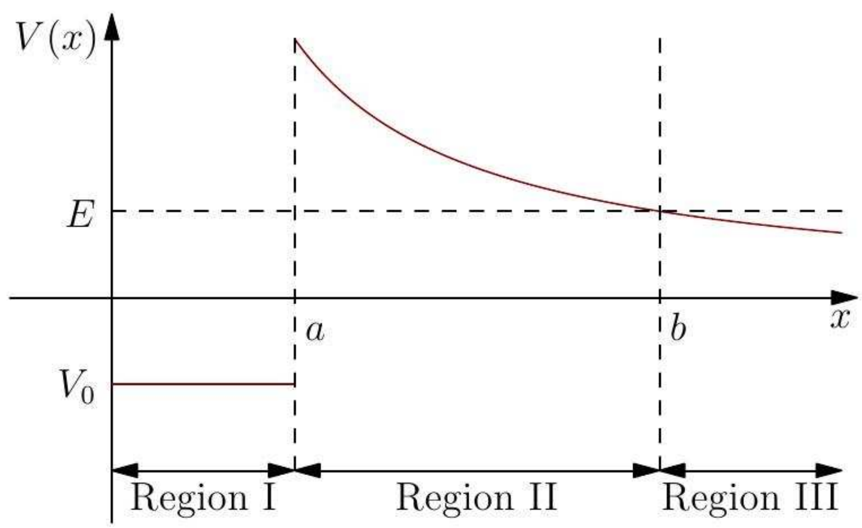
$$V(x) = 0, \quad \text{si} \quad |x| > x_0.$$

3. El problema del decaimiento α, proceso típico en núcleos pesados, puede estudiarse modelando al núcleo de radio a y carga Z como un pozo de ancho a y profundidad V_0 y considerando que para $x > a$ el potencial es Coulombiano (ver Figura 1). Calcule el coeficiente de transmisión T para el dacaimiento de una partícula con $E > 0$ y carga eleéctrica z.

4. Una partícula en un cristal unidimensional es libre de moverse en la región $-a < x < a$ pero sufre fuerzas armónicas más allá de dicha región. El potencial puede modelarse como:

$$W(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}m\omega^2(x-a)^2 & si \quad x > a \\ 0 & si \quad -a < x < a \\ \frac{1}{2}m\omega^2(x+a)^2 & si \quad x < -a \end{cases} \tag{1}$$

   Obtenga en la aproximación WKB los niveles de energía y analice el resultado en el límite $a \ll 1$.


$V(x)$
E
V_0
a
b
x
Region I
Region II
Region III