

## Mecánica Cuántica - Curso 2023

### Práctica N<sup>o</sup> 4: Sistemas Cuánticos Simples - II

1. Encuentre las energías y las autofunciones de los estados ligados de una partícula en un pozo de potencial simétrico:

$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & \text{para } |x| < a \\ 0, & \text{para } |x| > a \end{cases}$$

con  $V_0$  positivo.

2. Considere un pozo de potencial de paredes impenetrables ubicadas en  $x = 0$  y  $x = a$ . Si en el instante inicial,  $t = 0$ , la probabilidad de que la energía del sistema sea  $E_1$  o  $E_2$  (siendo  $E_n$  la energía del autoestado  $\phi_n(x)$  del potencial) es  $1/2$  (para simplificar, pueden considerar que la función de onda es real), determine para todo instante de tiempo:
  - a) La función de onda que caracteriza al sistema
  - b) La densidad de probabilidad
  - c) El valor medio de la coordenada  $x$
3. Considere el potencial definido por

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & \text{para } 0 < x < a \\ 0, & \text{cuando } x < 0 \text{ ó } x > a \end{cases}$$

Calcule R y T para una partícula incidente de masa  $\mu$  y energía  $E$ , en los siguientes casos:

- a)  $0 < E < V_0$  (Efecto túnel).
  - b)  $E > V_0$ . En este caso, verifique que existen valores de la energía para los cuales  $T = 1$  (Efecto Ramsauer).
4. Considere una partícula de masa  $m$  en un pozo infinito de potencial cuyas paredes se encuentran ubicadas en  $x = 0$  y  $x = a$ . El estado inicial está caracterizado por:

$$\psi(x, 0) = \begin{cases} \sqrt{2/a}, & \text{para } 0 < x < a/2 \\ 0, & \text{para } a/2 < x < a \end{cases}$$

Calcule: la evolución temporal de dicho estado; la probabilidad de encontrarlo en un instante de tiempo  $t$  en el  $n$ -ésimo autoestado del Hamiltoniano y el valor medio de la energía. En relación a este último punto, comente si nota algo extraño.

5. Considere una partícula de masa  $m$  confinada a la región  $0 < x < L$ . Adicionalmente la partícula experimenta la acción de un potencial de la forma  $a\delta(x - L/2)$ . Obtenga la ecuación que determina las energías permitidas para el sistema. Analice casos límite del parámetro  $a$ .

6. Considere una partícula de masa  $m$  incidiendo desde  $x \rightarrow -\infty$  sobre el potencial dado por:

$$V(x) = V_0 H(x) - \frac{\hbar^2 g}{2m} \delta(x),$$

donde  $H(x)$  es el escalón de Heaviside,  $\delta(x)$  la delta de Dirac y  $V_0$  y  $g$  son constantes positivas.

- a) Calcule el coeficiente de reflexión para partículas con energía  $E > V_0$ .
- b) Considere el caso  $E < 0$  y obtenga, si existen, autoestados y sus respectivas energías.