Mecánica Cuántica - Curso 2018

Práctica N^o 4: Sistemas Cuánticos Simples - II

1. Ecuentre las energías y las autofunciones de los estados ligados de una partícula en un pozo de potencial simétrico:

$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & \text{para } |x| < a \\ 0, & \text{para } |x| > a \end{cases}$$

con V_0 positivo.

2. Encuentre las autofunciones correspondientes al potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ V_0, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

con $V_0 > 0$.

Para una partícula incidente de masa μ y energía E, calcule R y T para $E > V_0$ y $E < V_0$, y muestre que $R + T = 1$.

3. Considere el potencial definido por

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & \text{para } 0 < x < a \\ 0, & \text{cuando } x < 0 \text{ ó } x > a \end{cases}$$

Calcule R y T para una partícula incidente de masa μ y energía E, en los siguientes casos:

a) $0 < E < V_0$ (Efecto túnel).
b) $E > V_0$. En este caso, verifique que existen valores de la energía para los cuales $T = 1$ (Efecto Ramsauer).

4. Considiere un pozo cuadrado infinito de ancho $2L$ con una partícula de masa m moviendose en su interior $(-L < x < L)$. La partícula se encuentra en el estado fundamental por lo que:

$$E_1 = \frac{\hbar^2\pi^2}{8mL^2}, \qquad \psi_1 = \frac{1}{\sqrt{L}} \cos\frac{\pi x}{2L}.$$

Suponga que en el instante $t = 0$ las paredes del pozo se mueven instantáneamente de manera que su ancho se duplica $(-2L < x < 2L)$. Este cambio no afecta el estado de la partícula que es el mismo antes e inmediatamente después del cambio.

Escriba la función de onda de la partícula para $t > 0$. Calcule la probabilidad de encontrar a la partícula en un estado arbitrario del sistema modificado. Cuál es la probabilidad de encontrar a la partícula en un estado impar?

5. Considere una partícula de masa m en un pozo infinito de potencial cuyas paredes se encuentran ubicadas en $x = 0$ y $x = a$. El estado inicial está caracterizado por:

$$\psi(x, 0) = \begin{cases} \sqrt{2/a}, & \text{para } 0 < x < a/2 \\ 0, & \text{para } a/2 < x < a \end{cases}$$

Calcule la evolución temporal de dicho estado, la probabilidad de encontrarlo en un instante de tiempo t en el $n-$ésimo autoestado del Hamiltoniano y el valor medio de la energía. En relación a este último punto, comente si nota algo extraño.

6. Considere una partcula de masa m confinada a la región $0 < x < L$. Adicionalmente la partícula experimenta la acción de un potencial *tipo delta de Dirac* de la forma $a\delta(x - L/2)$. Obtenga la ecuación que determina las energías permitidas para el sistema. Analice casos límite del parámetro a.