Mecánica Cuántica - Curso 2017

Práctica N^o 3: Sistemas Cuánticos Simples - I

1. Encuentre las soluciones de la ecuación de Schrödinger para un potencial de la forma

   a) $V(x) = -a\delta(x)$

   b) $V(x) = +a\delta(x)$

   con $a > 0$. Muestre que en la parte a) existe un único estado ligado. Para una partícula incidente de masa μ y energí a E, calcule el coeficiente de transmisión (T) y el de reflexión (R) ¿Qué pasa con R y T en el caso en que la energía es mayor que cero en el caso b)?

2. Encuentre las autofunciones y el espectro de energías para un pozo infinito de potencial:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{para } |x| < a \\ \infty, & \text{para } |x| > a \end{cases}$$

   Considere una pelota de 1 gramo confinada a moverse en una región de ancho 1 centímetro. Determine en número cuántico si tiene una energía de 1 miliJoule. Además, calcule la energía necesaria para promover a la pelota al siguiente estado de energía. Discuta.

   Calcule la probablidad de encontrar a la partícula en el intervalo $0 < x < a$ y discuta el límite para grandes números cuánticos.

3. Muestre que, si la energía potencial $V(\vec{r})$ puede escribirse como suma de funciones de una sola coordenada cartesiana, $V(\vec{r}) = V_1(x_1) + V_2(x_2) + V_3(x_3)$, la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo puede descomponerse en un sistema de ecuaciones unidimensionales:

$$\frac{d^2\psi_i(x_i)}{dx_i^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}[E_i - V_{x_i}]\psi_i(x_i) = 0,\ i = 1, 2, 3$$

   con $\psi(\vec{r}) = \psi_1(x_1)\psi_2(x_2)\psi_3(x_3)$, y $E = E_1 + E_2 + E_3$

4. Una partícula se mueve libremente dentro de una caja cuyos lados tienen longitudes a, b y c, con paredes impenetrables. Encuentre las autofunciones y los valores posibles de la energía. Comente sobre la eventual degeneración de las autofunciones.

5. Encuentre las energías de los estados ligados de una partícula en el pozo de potencial dado por

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & \text{para } x < 0 \\ -V_0, & \text{para } 0 < x < a \\ 0, & \text{para } x > a \end{cases}$$

6. Considere un rotador rígido confinado a rotar libremente en el plano xy. El Hamiltoniano asociado con este sistema puede escribirse como, $H = -(\hbar^2/2I_z)d^2/d\phi^2$, donde I_z es el momento de inercia y ϕ el ángulo entre el eje x y el rotador. Obtenga los autovalores y autoenergías del sistema. ¿Cómo es el espectro de energías obtenido?