

## Práctica 5

### Trabajo práctico

Deberá hacer un cuadro conceptual donde explique las diferentes superficies cuádricas. Indicar cuales de ellas tienen centro, cuales no, cuales son degeneradas, y que significa ese término. Investigar además que característica de los paraboloides hace que los radiotelescopios usen esa forma para sus antenas. Complemente con imágenes de antenas de algún radiotelescopio y sus características físicas. Forma de presentación: Exposición oral, (15 minutos máximo).

**Fecha de muestra: 2 de noviembre de 2018.**

### Formas bilineales y cuadráticas.

1. Encuentre la matriz asociada a la forma bilineal  $f(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = x_1y_1 - x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2 + x_2y_3 - 3x_1y_3 + x_3y_3$  y calcule su rango.
2. Convierta la forma bilineal del ejercicio anterior en una forma cuadrática reemplazando  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}$ . Calcule su nueva matriz asociada.
3. Siendo que la matriz asociada a las formas cuadráticas es simétrica haga una lista de todas las propiedades de las matrices simétricas.

### Forma canónica

4. Encuentre la forma canónica de la siguiente forma cuadrática  $Q(\mathbf{X}) = x_2^2 - 3x_3^2 + 2x_1x_2 + x_1x_3$
5. Para la elipse  $5x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 = 48$ , encuentre un cambio de variables por medio de calcular sus valores y vectores propios unitarios tal que elimine el producto cruzado de la ecuación.

### Cónicas y su clasificación

6. Especifique a que cónica corresponden las siguientes ecuaciones y especifique su centro.
  - a)  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$
  - b)  $(x - 2)^2 - (y - 3)^2 = 1$
  - c)  $x^2 + y^2 + 4x = 1$

7. Siendo la ecuación general de una cónica:  $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$   
Encuentre su forma matricial. Ayuda:  $z=1$ .
8. Usando la matriz del ejercicio anterior encuentre la forma de sus invariantes y especifique de que tipo de cónica estamos hablando si  $B^2 - 4AC = 0$
9. Responda como estan los ejes de las cónicas con respecto a los ejes coordenados según: a)  $B = 0$   
b)  $B \neq 0$
10. ¿ $Q(\mathbf{X}) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3$  es definida positiva?

## Ejercicios teóricos

11. Enuncie para  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$  el teorema de los ejes principales.

## Autoevaluación

### Verdadero o Falso.

Dada una matriz simétrica:

1. A es definida positiva si y solo si todos los valores propios de A son positivos.
2. A es definida negativa si y solo si los valores propios van alternando entre positivos y negativos.
3. A es indefinida si y solo si alguno de los valores propios es 0.
4. Es posible clasificar A por medio de su determinante.
5. Siempre existe un cambio ortogonal de la variable  $\mathbf{x} = P\mathbf{y}$  tal que  $Q(\mathbf{X}) = \mathbf{x}^t A \mathbf{x} = \mathbf{y}^t D \mathbf{y} = \lambda_1 x_1^2 + \lambda_2 x_2^2 + \dots + \lambda_n x_n^2$

Nota:

Respuestas del Verdadero o Falso práctica 4: V,F,V,V.

### 0.0.1 Anexo

Las superficies cuádricas han sido representadas en varios edificios contemporaneos. Algunos de ellos son:

Puente Juscelino Kubitichek, Brasilia (Brasil).

Centro Nacional de las artes escénicas, Pekin (China).

L'Oceanografic, Valencia (España).