Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2016

Trabajo Práctico N° 3

Fuerzas fundamentales y aparentes

1. En un día típico en latitudes medias la densidad del aire a nivel del mar es aproximadamente 1,25 kg/m^3. Considerando un estado de equilibrio hidrostático (es decir, la componente vertical de la fuerza del gradiente de presión es igual a la gravedad), ¿cuál debería ser la diferencia de presión a nivel del mar entre dos puntos distanciados 100 km para que la componente horizontal de la fuerza del gradiente de presión sea igual a la componente vertical? ¿Es posible tener esta situación en la Tierra?

2. En una estación meteorológica se reciben los siguientes datos de presión desde puntos ubicados a 150 km de distancia en 8 direcciones diferentes:

Ubicación del dato	Presión (mb)	Ubicación del dato	Presión (mb)
Al N	1016	Al S	1012
Al NE	1017	Al SO	1012
Al E	1017	Al O	1013
Al SE	1013	Al NO	1014

   a. Esquematizar la situación y trazar en forma aproximada las isobaras.
   b. Determinar el gradiente de presión en la estación a partir de sus componentes zonal y meridional. ¿Qué sucede con este valor si considero otras direcciones en el espacio?
   c. Si la densidad del aire es 1,25 kg/m^3, ¿cuál será la aceleración que experimentará una parcela de aire en la estación debida a la fuerza del gradiente de presión?

3. Resolver a partir de la expresión vectorial para la fuerza de Coriolis.
   a. A medida que una parcela avanza en una cierta dirección, ¿cómo afecta esta fuerza al movimiento? ¿Cómo es este efecto para cada hemisferio? Justificar la respuesta mediante un esquema gráfico.
   b. Definiendo el parámetro de Coriolis como $f = 2\Omega sen(\varphi)$, hallar las expresiones de las aceleraciones de Coriolis en los ejes x, y, z.

4. Un muchacho ubicado en La Plata (34,9° de latitud sur) arroja una pelota con dirección norte. Si la pelota avanza una distancia de 75 m en 2 s, ¿cómo será la desviación que experimentará por efecto de la rotación terrestre? ¿Cómo cambia el resultado si la pelota es arrojada con dirección este? Repetir el ejercicio asumiendo que el muchacho se encuentra en Oslo (54,9° de latitud norte).

5. Dos pelotas de 4 cm de diámetro se encuentran distanciadas 100 m entre sí (en dirección este-oeste) en una superficie horizontal sin fricción ubicada a 43° de latitud norte. Si las pelotas son arrojadas una hacia la otra con igual velocidad, ¿cuál debería ser esa velocidad para que no se choquen entre sí?

6. Un proyectil se dispara verticalmente hacia arriba a una velocidad w_0 desde un punto sobre la Tierra. Hallar la expresión que describe el desplazamiento experimentado por el proyectil en la dirección x en términos de la latitud φ, la velocidad inicial w_0 y la velocidad angular de rotación terrestre Ω. (Nota: para la dirección z despreciar el efecto de Coriolis comparado con g).

7. Un satélite ecuatorial geosincrónico es aquel que siempre permanece sobre el mismo punto en la Tierra. Considerando que el radio terrestre es R_T = 6371km, determinar cuál es la altura de su órbita (z). Imaginar que uno de estos satélites está ubicado a 90º de longitud oeste y debe ser reubicado a una longitud de 105º oeste. Determinar si el radio de la órbita debe ser aumentado o disminuido para alcanzar este objetivo.

8. Una parcela de aire sobre Montevideo (φ = - 34,9º) se mueve hacia el este a una altura de 5 km con una velocidad de 20 m/s. Considerando que hay un equilibrio en la dirección z (sólo hay movimiento horizontal), calcular cuánto se habrá desviado la parcela y hacia dónde en las cercanías de Punta del Este.

<u>*Respuestas*</u>

1. Δp = 1226250 Pa

2. b. ∇p = (1,3 x 10^{-2}; 1,3 x 10^{-2}) mb/km // $|\nabla p|$ = 1,83 x 10^{-2} mb/km

   c. F_{gp} = 1,46 10^{-3} m/s^2

3. b. $\frac{du}{dt} = fv - 2\Omega\cos(\varphi)w$ / $\frac{dv}{dt} = -fu$ / $\frac{dw}{dt} = 2\Omega\cos(\varphi)u$

4. Δx = -0,62 cm (arrojada al norte en LP); Δy = 0,62 cm (arrojada al este en LP)

   Δx = 0,89 cm (arrojada al norte en Oslo); Δy = -0,89 cm (arrojada al este en Oslo)

5. u = 6,2 m/s

6. $x = \frac{4}{3}\frac{\Omega w_0^3}{g^2}\cos(\varphi)$

7. z = 35.793 km

8. Δy = 27,59 km (hacia el norte)

Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2016

Marco teórico

Para el análisis del movimiento del aire en la atmósfera una de leyes de la física más importante es la segunda Ley de Newton. Al utilizar esta ley puede considerarse un conjunto de fuerzas que afectan a las parcelas de aire sin tener en cuenta movimientos de rotación, y que recibe el nombre de *fuerzas fundamentales*; entre ellas las más importantes son la *fuerza del gradiente de presión*, la *aceleración de la gravedad* y la *fuerza de fricción*. Otro conjunto de fuerzas, denominadas *fuerzas aparentes,* lo conforman aquellas que surgen de hacer correcciones por la rotación terrestre; particularmente son la *fuerza centrífuga* y la *fuerza de Coriolis*. Como se verá más adelante, para las ecuaciones que vinculan estas fuerzas resulta de mayor utilidad considerar aceleraciones (fuerza por unidad de masa). Así, llamando m a la masa del elemento de fluido y ρ a su densidad, p a la presión atmosférica, $R = R_T cos(\varphi)$ es la distancia al eje de rotación de la Tierra (para la latitud φ) se tienen las siguientes expresiones para aceleraciones debidas a fuerzas fundamentales y aparentes:

Fuerza del gradiente de presión: $\bar{F}_{gp} = \left(F_{gp}^{x}, F_{gp}^{y}, F_{gp}^{z}\right) = -\dfrac{1}{\rho}\nabla p$

Fuerza de fricción: $\bar{F}_{r} = \left(F_{r}^{x}, F_{r}^{y}, F_{r}^{z}\right) = \upsilon\left(\nabla^2 u, \nabla^2 v, \nabla^2 w\right)$

Fuerza de la gravedad: $\bar{g} = \left(g_x, g_y, g_z\right) = \bar{g}^{*} + \bar{g}^{cen}$, donde:

- $\bar{g}^{*} = \left(0, 0, g_z^{*}\right) = -\dfrac{GM}{R_T^2}\hat{R}_T$, *componente gravitacional (efecto de la masa de la Tierra)*
- $\bar{g}^{cen} = \left(g_x^{cen}, g_y^{cen}, g_z^{cen}\right) = \Omega^2 \bar{R}$, *componente centrífuga (efecto de la rotación de la Tierra)*

Fuerza de Coriolis: $\bar{F}_{cen} = \left(F_{cen}^{x}, F_{cen}^{y}, F_{cen}^{z}\right) = -2\bar{\Omega}\times\bar{U}$

- M = 5,976 x 10^{24} kg, masa de la Tierra
- R_T = 6371 km, radio de la Tierra
- Ω = 7,292 x 10^{-5} s^{-1}, velocidad angular de rotación de la Tierra
- G = 6,67 x10^{-11} N m^2/kg^2, constante de gravitación universal
- υ = 1,46 x10^{-5} N m^2/s, coeficiente de viscosidad cinemático

Notas:

- Las fuerzas de roce son prácticamente despreciables en toda la atmósfera, excepto en las cercanías de la superficie terrestre. Es por ello que para la mayoría de los casos que veremos en esta materia no se tendrá en cuenta la fricción. No obstante, es importante recordar que siempre se opone al movimiento (es decir, es un vector con su misma dirección, pero sentido contrario).

- Si bien la gravedad total tiene valores distintos de cero en las componentes vertical y meridional, en muchas aplicaciones esta última componente puede ser considerada despreciable frente a otros valores, restringiendo a la gravedad sólo a su componente vertical.