Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2015

Trabajo Práctico N° 3

Ecuaciones de conservación

1. Asumiendo condiciones de balance hidrostático determinar en que nivel la presión llegaría a cero si la atmósfera tuviera densidad constante, para el caso en que la presión en superficie es 1000 hPa y la temperatura 26°C.

2. En una determinada estación se sabe que la capa 850-700 hPa tiene una temperatura media de -2°C. ¿Cuál será el espesor de la capa en metros geopotenciales (mgp)?

3. Suponer que en La Plata la temperatura disminuye a una tasa constante entre los niveles de 1000 a 500 hPa. Si la temperatura en el nivel de 500 hPa es -30°C, y el espesor de la capa 1000-500 hPa es 5180m, ¿qué temperatura debería registrarse en la FCAG en el nivel de 1000 hPa?

4. Considerar una columna de aire de 1 m^2 de área en la capa 1000-850 hPa que está sujeta a un calentamiento $Q = 3 \times 10^6$ J. Se sabe que la cantidad de calor por unidad de masa agregado a la columna es igual al producto entre el calor específico del aire a presión constante (c_p = 1004 J $K^{-1}kg^{-1}$) y la variación de temperatura. Por lo tanto, ¿cuál es la variación en la altura del nivel de 850 hPa si el nivel de 1000 hPa no cambia de posición?

5. Una forma de estudiar la probabilidad de que pueda precipitarse agua congelada es analizar los espesores de la capa 1000-500 hPa. En particular, en los mapas de espesores se presta especial atención a la ubicación de la línea de espesor 5400 m. ¿Por qué se puede considerar razonable este valor de espesor como un criterio para garantizar que el agua puede precipitarse en estado sólido? ¿Qué espesor debería tener la capa 1000-850 hPa para obtenerse el mismo criterio que en el caso anterior?

6. En una estación meteorológica el viento en superficie es de 15 m/s dirigido a través de las isóbaras desde alta a baja presión formando un ángulo de 25° con las mismas. Asumiendo que el flujo se encuentra balanceado calcular la magnitud del gradiente de presión horizontal y la fuerza de fricción por unidad de masa si la estación está ubicada a una latitud de 40° S y la densidad del aire es 1,3 kg/m^3.

7. Asumiendo que la fricción es nula, calcular cuánto es la fuerza de presión registrada en una estación meteorológica a una latitud de 65° S si el viento es del norte y tiene una velocidad de 10 m/s, y su aceleración es de 4 m/s^2 y forma un ángulo de 30° con el eje y.

8. En escala sinóptica, la forma vectorial de la componente horizontal de la ecuación de movimiento en ausencia de fricción puede aproximarse de la siguiente manera:

$$\frac{d\overline{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - f\hat{k} \times \overline{V}$$

   a. Escribir las componentes x e y de la expresión dada.

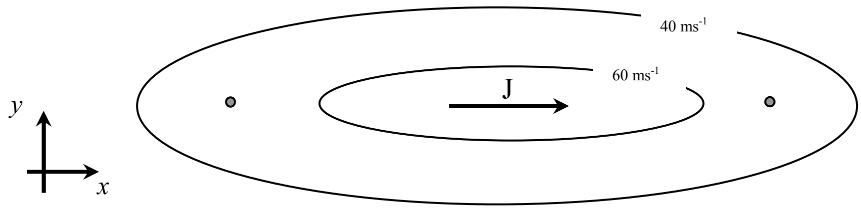
b. El *viento geostrófico* resulta de considerar el balance entre la fuerza del gradiente de presión y la fuerza de Coriolis. Hallar su expresión en forma vectorial y en sus componentes x e y. ¿En qué región de la atmósfera puede considerarse válida esta aproximación?

c. Para describir la situación del balance geostrófico, esquematice el movimiento de una parcela de aire inicialmente en reposo que de repente queda bajo la influencia de un gradiente de presión. ¿Cómo se altera el balance si la fricción no es nula?

9. a. El apartamiento entre el viento real y el balance dado por el viento geostrófico recibe el nombre de *viento ageostrófico*. Demostrar que el vector que representa a este viento puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\overline{V}_{ag} = \frac{\hat{k}}{f} \times \frac{d\overline{V}}{dt}$$

b. Considerando el *jet* (*corriente en chorro*) en el nivel de 300 mb (hemisferio sur) que se representa en el siguiente gráfico de isotacas, esquematizar el viento ageostrófico en los dos círculos sombreados. ¿Qué podría decirse de la divergencia en las cercanías de los puntos indicados (entrada/salida del jet)?



10. Responder las siguientes preguntas y justificar las respuestas.

a. ¿Podría existir alguna región en la Tierra en donde el flujo atmosférico resulte del balance entre la fricción y la fuerza gradiente de presión?

b. Considerar dos estaciones ubicadas en La Quiaca y Ushuaia. Si se supone un flujo zonal, e iguales gradientes de presión y densidades en ambas estaciones, ¿en cuál de las dos habrá mayor viento geostrófico?

c. Para las estaciones del inciso b., si el viento geostrófico es el mismo en ambas, y también lo es la densidad, ¿en cuál de ellas habrá mayor gradiente de presión?

11. a. Demostrar que la ecuación de continuidad de un fluido de densidad variable puede expresarse del siguiente modo (V es el volumen de la parcela):

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

b. Si se asume que el fluido es incompresible, ¿cómo es la relación entre la divergencia horizontal y el movimiento vertical del aire?

c. El área del yunque de un cumulonimbus aumenta un 20% durante 10 minutos. Asumiendo que este incremento del área es representativo de la divergencia promedio en la capa 100-300 hPa, cuyo espesor es de 2500 m, y que la velocidad vertical en 100 hPa es despreciable, calcular la velocidad vertical en 300 hPa.

12. Considerar un flujo de aire en estado estacionario que atraviesa un edificio de 10 m de altura, donde la velocidad del viento observada en la superficie es 5 m/s y en el techo 9 m/s. Asumir que en esta región de la atmósfera la densidad es constante e igual a 1.3 kg/m^3, que la fricción es nula y que la temperatura no varía con la altura.
    a. Determinar la diferencia de presión que se da entre la superficie y el techo del edificio por efecto dinámico (Δp_{din}).
    b. Determinar la diferencia de presión que se da entre la superficie y el techo sólo considerando hidrostaticidad (Δp_{hid}).
    c. Llamando fuerza del gradiente de presión no hidrostático a la que se genera por la diferencia entre Δp_{din} y Δp_{hid}, determinar su magnitud y sentido.

Respuestas

1. 8787 m
2. 15.109 m.g.p.
3. $T_{1000\ hPa}$ = 267 K = -6 °C
4. Δz_{850} = 9,29 m
5. $\Delta z_{850\text{-}1000}$ = 1266 m
6. ∇p = 2,01 Pa/km / F_r = 6,53 x 10^{-4} m/s^2
7. F_{gp} = 3,99 m/s^2
8. a. $\dfrac{du}{dt} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} + fv$ / $\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} - fu$

   b. $\overline{V}_g = \dfrac{1}{\rho f}\widehat{k} \times \nabla p$

11. b. $\nabla \overline{V} = -\partial w / \partial z$

    c. w_{300} = 0,83 m/s

12. a. Δp_{din} = 163,8 Pa

    b. Δp_{hid} = 127,5 Pa

    c. $F_{gp(no\text{-}hid)}$ = 2,79 m/s^2 (dirigida hacia arriba)

Marco teórico

Ecuación hipsométrica: se obtiene combinando la *ley de gases ideales* con el *balance hidrostático*, y vincula el espesor Δz de una columna de aire entre dos isobaras (a presiones p_1 y p_2) con la temperatura virtual media en la capa T_V (promedio pesado por la presión):

$$\frac{R_d \overline{T}_V}{g} \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = z_2 - z_1 = \Delta z$$

siendo g la gravedad y R_d la constante de los gases para aire seco (R_d = 287 J kg^{-1}K^{-1}).

Conservación del momento (ecuación de movimiento): vincula la aceleración de una parcela con la fuerza de Coriolis, la fuerza debido al gradiente de presión, la gravedad y la fuerza de fricción:

$$\frac{d\overline{U}}{dt} = -2\overline{\Omega} \times \overline{U} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \overline{g} + \overline{F}_r$$

que en un sistema rotante queda expresada del siguiente modo:

$$\frac{du}{dt} - \frac{uv\tan(\varphi)}{a} + \frac{uw}{a} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega sen(\varphi)v - 2\Omega\cos(\varphi)w + F_x$$

$$\frac{dv}{dt} - \frac{u^2\tan(\varphi)}{a} + \frac{vw}{a} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega sen(\varphi)u + F_y$$

$$\frac{dw}{dt} + \frac{u^2 + v^2}{a} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega\cos(\varphi)u + F_z$$

Conservación de masa: establece el balance de masa del fluido considerando las entradas y salidas. Puede expresarse de dos modos diferentes:

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot \overline{U} = 0 \quad \text{(divergencia de velocidad)}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \overline{U}\right) = 0 \quad \text{(divergencia de masa)}$$

Conservación de energía: establece que la suma de todas las energías en el Universo (cinética, potencial, termodinámica, etc.) es constante. A partir de la ecuación de energía mecánica y la 1º ley de la termodinámica se obtiene:

$$\dot{Q} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\left(u^2 + v^2 + w^2\right)}{2} + \phi + c_v T + p\alpha\right] - \alpha\frac{\partial p}{\partial t} - \overline{V} \cdot \overline{F}_r$$

donde ϕ es el geopotencial, $\dot{Q}$ representa la tasa de calentamiento diabático, c_v es el calor específico del aire seco a volumen constante (c_v = 717 J kg^{-1}K^{-1}), y α es el volumen específico (recíproco de la densidad).