Introducción a la Dinámica de la Atmósfera – 2014

Trabajo Práctico N° 4

Aplicaciones de las ecuaciones de movimiento

1. Un tornado rota con velocidad angular constante ω. Mostrar que la presión en el centro del tornado tiene la siguiente expresión:

$$p = p_0 e^{\left(\frac{-\omega^2 r_0^2}{2RT}\right)}$$

donde p_0 es la presión a una distancia r_0 del centro del tornado y T es la temperatura (la cual se asume constante). Si T = 288 K y a a 100 m del centro la presión y la velocidad son 1000 hPa y 100 m/s, respectivamente, ¿cuál es la presión en el centro?

2. Muestre que si el gradiente de presión tiende a cero, el viento gradiente se aproxima al viento geostrófico para el caso de una alta normal y al flujo inercial para el caso de una alta anómala. (Ayuda: para este ejercicio utilizar que en el caso de una función del tipo $(1+x)^{(1/2)}$, si x tiende a 0 entonces $(1+x)^{(1/2)} \approx 1+0.5x$)

3. a. ¿Cuál es el balance de fuerzas para un flujo geostrófico y dónde es válida esta aproximación? ¿Cómo se altera este balance si la fricción se hace importante?
   b. Describa el movimiento de una parcela de aire inicialmente en reposo que de repente queda bajo la influencia de un gradiente de presión (sin fricción).

4. Suponer que se observa un huracán (estructura simétrica respecto de su centro) ubicado en el Mar Caribe (26° N), y que en una estación a 200 km de su centro se registran vientos de 60 m/s en el nivel de 950 hPa.
   a. ¿Cuánto vale el número de Rossby asociado al flujo observado en la estación? ¿Qué significado tiene este resultado?
   b. Si la altura geopotencial en el nivel de 950 hPa en la estación es 367m, ¿cuál es la presión a nivel del mar en el ojo del huracán? Considerar que en forma aproximada se disminuye 1 hPa cada 8 m de altura.
   c. Calcular la velocidad del viento ageostrófico en la estación. Teniendo en cuenta que el huracán se considera como una baja regular, hallar una expresión para este viento en el huracán en términos de f, la fuerza del gradiente de presión y el radio de curvatura R.

5. Asumir que en una cierta estación el día está soleado y que el número de Rossby es bajo (R_o << 1). Se sabe que en la región la presión decrece hacia el noreste y la temperatura aumenta hacia el oeste. Si localmente la temperatura disminuye, ¿en qué hemisferio está ubicada la estación?

6. Imaginar que en una isla en el Pacífico Central (40° N) se observa el movimiento de las nubes en tres niveles diferentes: en el nivel inferior se mueven de norte a sur, en el nivel medio de oeste a este, y en el nivel más alto de norte a sur. Asumiendo que en los tres niveles las nubes son impulsadas por vientos geostróficos, ¿cómo es la advección térmica en niveles bajos y en niveles altos?

7. Suponer que para la ciudad de La Plata (φ = 35° S) la temperatura media en la capa comprendida entre los niveles de 750 hPa y 500 hPa decrece hacia el este a razón de 3 °C cada 100 km. Si el viento geostrófico en el nivel de 750 hPa se mueve desde el sudeste a 20 m/s, ¿cuál será la velocidad del viento geostrófico y su dirección en el nivel de 500 hPa?

8. Asumir que para una zona ubicada a una latitud de 43° N la columna de aire por encima se encuentra inicialmente isotérmica entre los niveles de 500 y 900 hPa. El viento geostrófico es igual a 10 m/s desde el sur en 900 hPa, 10 m/s desde el oeste en 700 hPa, y 10 m/s desde el sur en 500 hPa:
   a. Calcular los gradientes horizontales de temperatura medios en las capas 900-700 hPa y 700-500 hPa.
   b. Calcular la tasa de variación de temperatura debido a la advección en cada capa. Asumiendo que el gradiente vertical adiabático seco (Γ_d = 9,8 °C/km) es constante entre 900 y 500 hPa y que el espesor de la capa entre los niveles de 800 y 600 hPa es 2,25 km, ¿cuánto tiempo debe persistir esta advección para establecer un perfil adiabático seco en esta última capa?

9. Un cierto día en Madison, EE.UU., (41° N) se observa que el gradiente horizontal de presión es el mismo a nivel del mar (1005 hPa) que en el nivel de 850 hPa. El espesor de la capa 850-1005 es 1367 m y la temperatura en 1005 hPa es 11 °C.
   a. Si la velocidad del viento geostrófico en 850 hPa es 35 m/s, determinar el gradiente de presión a nivel del mar. ¿Cuánto hay que alejarse de Madison para que la presión a nivel del mar sea 10 hPa menor que en Madison? ¿Cuál es la velocidad del viento geostrófico en 1005 hPa?
   b. Asumir que el flujo no es paralelo a las isobaras, lo que produce advección de presión. Si la generación de energía cinética por unidad de masa (equivalente a la advección de presión) a nivel del mar es 2 x 10^{-2} J/s, ¿cuál es el ángulo entre las isóbaras y el flujo? Asumiendo que el flujo se encuentra balanceado, determinar la magnitud de la fuerza de fricción en este nivel.

10. El viento geostrófico para cierto día tiene una magnitud de 35 m/s cerca de Sapporo, Japón (45° N). Si el número de Rossby es 0,4 y el viento está cambiando de dirección localmente a una razón de 10°/hora, ¿cuál es el radio de curvatura de las líneas de corriente del flujo?

<u>*Respuestas*</u>

1. p = 941,3 hPa

4. a. R_0 = 4,7 (el flujo se describe de acuerdo con el viento gradiente)
   b. p = 940,25 hPa
   c. $V_{ag} = V - V_g$ = -282,3 m/s ; $V_{ag} = \frac{1}{f}\frac{d\phi}{dn} - \frac{fR}{2} + \sqrt{\left(\frac{fR}{2}\right)^2 - R\frac{d\phi}{dn}}$

5. Se encuentra en el hemisferio sur.

6. En altura la advección es cálida y en niveles más bajos es fría.

7. V_{g500} = 57,9 m/s (dirección 14,15º hacia el oeste desde el norte)
8. a. $\left(\partial T/\partial n\right)\Big|_{700-900hPa}$ = -1,94 x 10^{-5} K/m ; $\left(\partial T/\partial n\right)\Big|_{500-700hPa}$ = 1,45 x 10^{-5} K/m

   b. t = 92259 s (25 h 37 min 39 s)
9. a. $\partial p/\partial n$ = 3,09 x 10^{-3} Pa/m; Dist = 323,6 km; V_{g1005} = 26,3 m/s

   b. β = 14,8º; F_R =6,63 x 10^{-4} m/s^2
10. R_S = 3403 km

Marco teórico

Número de Rossby: caracteriza al movimiento de un fluido y se representa como el cociente entre la aceleración del fluido y la fuerza de Coriolis ($R_0 = V/fR$). Si R_0 es bajo el flujo puede ser representado con bastante aproximación con el viento geostrófico; caso contrario, el efecto de Coriolis puede ser despreciado.

Ecuación de movimiento en coordenadas isobáricas: si se toma un sistema cartesiano con coordenadas horizontales x e y, y coordenada vertical p (donde ahora la velocidad de movimiento vertical es $\omega = dp/dt$), la ecuación de movimiento horizontal (sin fricción) se expresa del siguiente modo:

$$\frac{d\overline{V}}{dt} = -\nabla_p \phi - f\hat{k} \times \overline{V}$$

Ecuación de movimiento en coordenadas naturales: si se toma un sistema cartesiano con coordenadas horizontales t (paralelo al vector de velocidad) y n (perpendicular a t, positivo hacia la izquierda de la dirección de flujo), y coordenada vertical z, la ecuación de movimiento horizontal (sin fricción) se expresa del siguiente modo:

$$\left(\frac{d\overline{V}}{dt}\hat{t} + \frac{V^2}{R}\hat{n}\right) = -\left(\frac{d\phi}{ds}\hat{t} + \frac{d\phi}{dn}\hat{n}\right) - \left(fV\right)\hat{n}$$

donde R es el radio de curvatura siguiendo el movimiento de la parcela (positivo cuando tiene el mismo sentido que el versor n). Para movimientos paralelos a isolíneas de altura geopotencial, $d\phi/ds = 0$, y la velocidad del flujo es constante, por lo que sólo se analiza el balance en la dirección n.

Viento térmico: utilizando la ecuación de balance hidrostático y la expresión del viento geostrófico en coordenadas isobáricas puede encontrarse la siguiente relación conocida como viento térmico:

$$\overline{V}_T = \overline{V}_g(p_2) - \overline{V}_g(p_1) = \left(\frac{R}{f}\right)\hat{k} \times \nabla T \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

Relación entre trayectorias y líneas de corriente: se consideran líneas de corriente a las que en todo lugar son paralelas a la velocidad instantánea del viento, mientras que las trayectorias son líneas que describen el camino real que recorre una parcela de aire individual a lo largo del tiempo y el espacio. Si R_t representa el radio de curvatura de una trayectoria y R_s el de una línea de corriente, ambos valores pueden vincularse a través de la siguiente expresión

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = V\left(\frac{1}{R_t} - \frac{1}{R_s}\right)$$

donde β es la dirección angular del viento.